

TRIGONOMETRIE : équations

Solutions des exercices récapitulatifs sur les équations

$$1. S_p = \left\{ \frac{5\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{19\pi}{12} \right\}$$

$$2. S_p = \{120^\circ, 300^\circ\}$$

3. par angles complémentaires

$$S_p = \left\{ \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

$$4. S_p = \left\{ \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

$$5. S_p = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

$$6. \text{ C.E. } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x \neq \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{3}$$

$$\text{sol : } x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{4}$$

$$7. S_p = \left\{ \frac{\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}, \pi \right\}$$

$$8. S_p = \left\{ \frac{5\pi}{3}, \frac{4\pi}{9}, \frac{10\pi}{9}, \frac{16\pi}{9} \right\}$$

$$9. S_p = \left\{ \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \pi, \frac{7\pi}{5}, \frac{9\pi}{5} \right\}$$

$$\text{tg}^2 x = 3(\sec x - 1)$$

$$\text{tg}^2 x = 3\left(\frac{1}{\cos x} - 1\right)$$

10.

$$\frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{3 - 3\cos x}{\cos x}$$

$$1 - \cos^2 x = 3\cos x - 3\cos^2 x$$

éq. 2^{ème} degré

$$S_p = \left\{ 0, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$

11. Par FF, on a $2\cos^2 x = 1$

$$12. S_p = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$

$$x \neq k\pi$$

$$13. \text{C.E. : } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

1^{ère} méthode : $\cotg x = 1/\tg x$, distribuer et réduire au même dénom
on obtient éq du 2^{ème} degré: $\tg^2 x + (1 - \sqrt{3})\tg x - \sqrt{3} = 0$ (calculatrice
nécessaire)

$$2^{\text{ème}} \text{ méthode : } \cotg x = 1/\tg x, \text{ factoriser en } (\tg x + 1)\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{\tg x}\right) = 0$$

$$\dots S_p = \left\{ \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$$

14. Par FF ; on a $\cos^2 x = 0,75$

$$S_p = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

15. $\sin 2x = 2 \sin x$

$$2 \sin x \cos x = 2 \sin x$$

$$2 \sin x (\cos x - 1) = 0$$

$$S_p = \{0, \pi\}$$

16. $\cos 2x = \sin^2 x$

$$1 - 2 \sin^2 x = \sin^2 x$$

$$S_p = \{0,62; 2,53; 5,67; 3,76\}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

17. C.E.

$$x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

$$\tg 2x - 2\tg x = 0$$

$$\frac{2\tg x}{1 - \tg^2 x} - 2\tg x = 0$$

$$\frac{2\tg x}{1 - \tg^2 x} (1 - 1 + \tg^2 x) = 0$$

$$2\tg^3 x = 0$$

$$S_p = \{0, \pi\}$$

18. $\cos x(2 \cos x - 3 \sin x) = 0$

$$S_p = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}; 0,59; 3,73 \right\}$$

19. C.E. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi, k\frac{\pi}{2}$

$$\operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg}^2 2x$$

$$S_p = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$

20. $x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5}$ ou $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$

21. $S_p = \{1,25; 4,39; \pi/4; 5\pi/4\}$

22. par FF

$$S_p = \{0; 1,91; 4,37\}$$

23. C.E. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k\pi$

$$S_p = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$

24. exprimer $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}(x/2)$

C.E. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

$$S_p = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$

25. C.E. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \text{ puis réduire au même dénom et appliquer la FF}$$

ensuite, résoudre l'équation $4 \cos^2 x - 7 \cos x + 1 = 0$

$$S_p = \{1,4; 4,9\}$$

26. mettre $\cos x$ en évidence et appliquer la FF

$$S_p = \{ \pi/2, 3\pi/2, 0,68; 5,6; 2,46; 3,83 \}$$

27. C.E. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
 $S_p = \{0,67; 2,48\}$

28. $S_p = \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$

29. C.E. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

1ère méthode : $\sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

ce qui donne $\tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$

$S_p = \{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, 1,25; 4,4\}$

2ème méthode : $\sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

puis réduire au même dénom et utiliser $\sin^2 \alpha$ et Carnot pour obtenir

$\cos 2x - 2 \sin 2x = -2$

appliquer la méthode en $\tan \varphi$

$S_p = \{0,79; 3,93; 4,4 ; 1,25\}$

rem : $\pi/4 = 0,79$ et $5\pi/4 = 3,93$

30. $S_p = \{0,34; 2,8\}$

31. C.E. $x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}\}$

sol : $x = \frac{k\pi}{7}$