

TRIGONOMETRIE :

Formules de Simpson

Exercices de factorisation

Utilisation des formules de Simpson (formules de factorisation)

Pensez aussi à la formule de $\sin 2a$ ainsi qu'aux formules de Carnot ...

Enoncés

$$\sin 2a + \sin 6a ; \cos 3a + \cos a ; \sin 4a - \sin 2a ; \cos 5a - \cos a$$

$$\sin 2a + \sin 6a + 2 \sin 4a \cos 2a ; \cos 3a + \cos a + 2 \cos a \cos 5a$$

$$\sin 4a - \sin 2a - 2 \sin a \cos 2a ; \sin 3a + \sin 4a - 2 \cos a/2 \sin a$$

$$\sin 3a + \sin 5a + 2 \sin 4a ; \sin 4a - \sin 2a - 2 \sin a$$

$$\cos 7a - \cos 5a + \cos 3a - \cos a ; \sin a + \sin b + \sin (a + b) ;$$

$$(\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2 ; 1 + 2 \cos 2a + \cos 4a ; \cos^2 a - \cos^2 2a ; \cos^2 a - \cos^2 b$$

Réponses

1. $\sin 2a + \sin 6a = 2 \sin 4a \cos 2a = 8 \sin a \cos a \cos^2 2a$

2. $\cos 3a + \cos a = 2 \cos 2a \cos a$

3. $\sin 4a - \sin 2a = 2 \sin a \cos 3a$

4. $\cos 5a - \cos a = -2 \sin 3a \sin 2a = -4 \sin a \sin 3a \cos a$

5. $\sin 2a + \sin 6a + 2 \sin 4a \cos 2a$

$$= 2 \sin 4a \cos 2a + 2 \sin 4a \cos 2a$$

$$= 4 \sin 4a \cos 2a$$

$$= 16 \sin a \cos a \cos^2 2a$$

6. $\cos 3a + \cos a + 2 \cos a \cos 5a$

$$= 2 \cos 2a \cos a + 2 \cos a \cos 5a$$

$$= 2 \cos a (\cos 2a + \cos 5a)$$

$$= 2 \cos a 2 \cos 7a/2 \cos 3a/2$$

7. $\sin 4a - \sin 2a - 2 \sin a \cos 2a$

$$= 2 \sin a \cos 3a - 2 \sin a \cos 2a$$

$$= 2 \sin a (\cos 3a - \cos 2a)$$

$$= 2 \sin a (-2 \sin 3a/2 \sin a/2)$$

$$= -4 \sin a \sin 3a/2 \sin a/2$$

8. $\sin 3a + \sin 4a - 2 \cos a/2 \sin a$

$$= 2 \sin 7a/2 \cos a/2 - 2 \cos a/2 \sin a$$

$$= 2 \cos a/2 (\sin 7a/2 - \sin a)$$

$$= 2 \cos a/2 2 \sin 5a/4 \cos 9a/4$$

$$= 4 \cos a/2 \sin 5a/4 \cos 9a/4$$

9. $\sin 3a + \sin 5a + 2 \sin 4a$

$$= 2 \sin 4a \cos a + 2 \sin 4a$$

$$= 2 \sin 4a (\cos a + 1)$$

$$= 2 \sin 4a 2 \cos^2 a/2 \quad (\text{par formule de Carnot})$$

$$= 8 \sin a \cos a \cos 2a \cos^2 a/2$$

10. $\sin 4a - \sin 2a - 2 \sin a$

$$= 2 \sin a \cos 3a - 2 \sin a$$

$$= 2 \sin a (\cos 3a - 1)$$

$$= -2 \sin a (1 - \cos 3a)$$

$$= -2 \sin a 2 \sin^2 3a/2$$

$$= -4 \sin a \sin^2 3a/2$$

$$11. \cos 7a - \cos 5a + \cos 3a - \cos a$$

$$= -2 \sin a \sin 6a - 2 \sin a \sin 2a$$

$$= -2 \sin a (\sin 6a + \sin 2a)$$

$$= -2 \sin a 2 \sin 4a \cos 2a$$

$$= -16 \sin^2 a \cos a \cos^2 2a$$

$$12. \sin a + \sin b + \sin (a + b)$$

$$= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$= 2 \sin \frac{a+b}{2} (\cos \frac{a-b}{2} + \cos \frac{a+b}{2})$$

$$= 2 \sin \frac{a+b}{2} 2 \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2}$$

$$= 4 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2}$$

$$13. (\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2$$

$$= \cos^2 a - 2 \cos a \cos b + \cos^2 b + \sin^2 a - 2 \sin a \sin b + \sin^2 b$$

$$= 2 - 2 (\cos a \cos b + \sin a \sin b) \quad (\text{par FF})$$

$$= 2 - 2 \cos(a - b)$$

$$= 2(1 - \cos(a - b))$$

$$= 2 \cdot 2 \sin^2 \frac{a-b}{2}$$

$$= 4 \sin^2 \frac{a-b}{2}$$

$$14. 1 + 2 \cos 2a + \cos 4a$$

$$= (1 + \cos 4a) + 2 \cos 2a$$

$$= 2 \cos^2 2a + 2 \cos 2a$$

$$= 2 \cos 2a (\cos 2a + 1)$$

$$= 2 \cos 2a 2 \cos^2 a$$

$$= 4 \cos^2 a \cos 2a$$

$$15. \cos^2 a - \cos^2 2a$$

$$= (\cos a + \cos 2a) (\cos a - \cos 2a)$$

$$= (2 \cos \frac{3a}{2} \cos \frac{a}{2}) \cdot (-2 \sin \frac{3a}{2} \sin \frac{-a}{2})$$

$$= (2 \cos \frac{3a}{2} \cos \frac{a}{2}) \cdot (2 \sin \frac{3a}{2} \sin \frac{a}{2})$$

$$= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} \cdot 2 \sin \frac{3a}{2} \cos \frac{3a}{2}$$

$$= \sin a \cdot \sin 3a$$

$$16. \cos^2 a - \cos^2 b$$

$$= (\cos a - \cos b) (\cos a + \cos b)$$

$$= (-2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}) (2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2})$$

$$= -\sin(a+b) \sin(a-b)$$

$$= \sin(a+b) \sin(b-a)$$