TRIGONOMETRIE : Nombres trigonométriques

Exercices récapitulatifs sur les nombres trigonométriques

Toujours se référer au cercle trigonométrique !!!

Notions à maîtriser :
manipulation du cercle trigonométrique, quadrants
signes de sin, cos, tg, cotg
formule fondamentale

ENONCES de la 1ère série

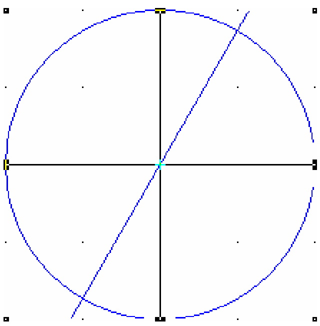
1) Donner le signe de cos $8\pi/7$; tg 109° ; cotg $21\pi/22$; sin $(-\pi/5)$; cos (-775°)

2) Vrai ou Faux ?
   a) sin (x + 540°) = sin x
   b) tg (x + 540°) = tg x
   c) cos $(x + 6\pi)$ = sin x
   d) cotg $(x - \pi)$ = cotg $(x + \pi)$

3) Calculer sin α sachant que cos $\alpha = -1/7$ et que $\alpha \in 3^{ème}$ quadrant
   Représenter sur le cercle trigonométrique

4) Calculer sin α sachant que tg α vaut 2 et cos $\alpha < 0$

5) D'après ce cercle trigonométrique, donner les valeurs de cos α , cotg β
   ($\alpha \in 1erQ$; $\beta \in 3èmeQ$)



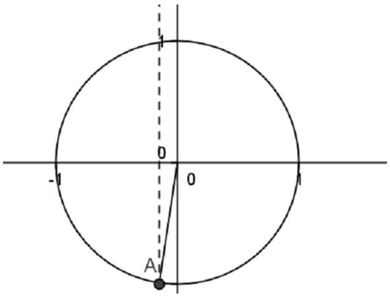
6) Dans un cercle trigonométrique, dessiner le ou les angles α dont la tg vaut -1,5

7) Démontrer l'identité suivante : $\frac{1}{1+\sin\alpha} + \frac{1}{1-\sin\alpha} = 2\sec^2\alpha$
   (sec α = l'inverse de cos α)

rem : pour le contrôle, étudier, en plus de ces types d'exercices, toute la théorie ainsi que tous les exercices relatifs aux démonstrations d'identités.

SOLUTIONS

1. - ; - ; - ; - ; +
2.
   a. faux car la période de sin x est de 360°
   b. vrai car la période de tg x est de 180°
   c. faux ; la période de cos x est de 2π d'où cos (x + 6π) = cos x et non pas sin x
   d. vrai car les deux membres sont égaux à cotg x vu que la période de cotg x est de π
3. $\sin\alpha = -\frac{4\sqrt{3}}{7}$ par FF



4.

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$FF : \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \; ou \; tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$$

5.

$$\cos\alpha = 0.5$$

$$\cot\beta = 0.6$$

6. on trouve deux angles : $\cong 124° \; et \; 304°$

7. $\frac{1}{1+\sin\alpha} + \frac{1}{1-\sin\alpha} = \frac{1-\sin\alpha + 1 + \sin\alpha}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)} = \frac{2}{1-\sin^2\alpha} = \frac{2}{\cos^2\alpha} = 2\sec^2\alpha$

ENONCES de la 2ème série

1. Donner le signe de
   cos 225° ; sin 310° , tg 190° ; cotg 200° , $\cos\frac{5\pi}{9}$; $\sin\frac{4\pi}{9}$; $tg(-\frac{7\pi}{8})$; $\cot\frac{13\pi}{5}$
2. Donner la valeur (si elle existe) cos 90° ; sin 180° ; $tg\pi$; $\cot g\frac{3\pi}{2}$
3. Calculer tg α si cos α = ¼
   Représenter sur le cercle trigonométrique
4. Dessiner un cercle trigonométrique de 2cm de rayon.
   Tracer le ou les angle(s) α dont la tangente vaut 1,5.
   Tracer un angle β de 300° et rechercher son cos
5. Vrai ou faux. Justifier
   cos 100° = cos 460°
   tg 20° = tg 200°
   cotg (-10°) = cotg 10°
   $\sin\frac{2\pi}{5} = \sin\frac{12\pi}{5}$

SOLUTIONS

1. - - + + - + + -
2. 0 0 0 0
3.

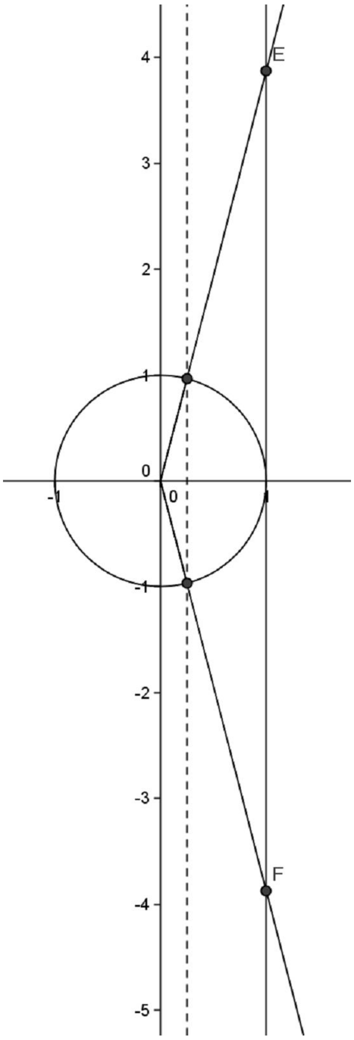
$$Par\ la\ formule\ 1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}\ on\ a$$

$$tg^2\alpha = \frac{1}{1/16} - 1 = 16 - 1 = 15$$

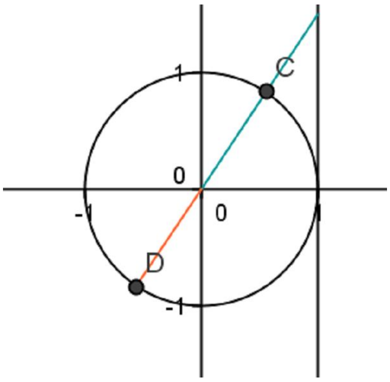
$$tg\alpha = \pm\sqrt{15}$$

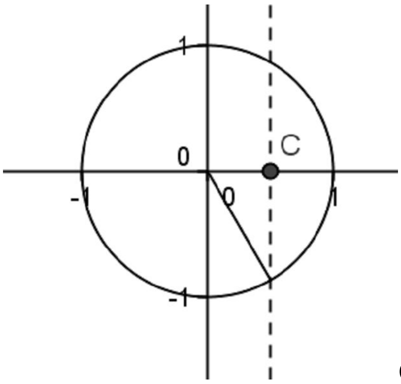
$$ou\ par\ FF : \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1\ puis\ tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}\ puis\ tg\alpha = \frac{\frac{\pm\sqrt{15}}{4}}{\frac{1}{4}} = \pm\sqrt{15}$$



4.





cos β = 0,5

5. vrai car cos 460° = cos (100° + 360°) ce qui donne cos 100° puisque la période de cos vaut 360°
   vrai car tg 20° = tg (20° + 180°) car la période de tg vaut 180° , ce qui donne tg 200°
   faux car cotg 10° est positif tandis que cotg (-10°) est négatif : voir cercle trig
   vrai car $\sin\frac{2\pi}{5} = \sin(\frac{2\pi}{5} + 2\pi) = \sin\frac{12\pi}{5}$ vu que la période de sin vaut 2π