TRIGONOMETRIE : Identités

rem : sec α = 1/cos α et cosec α = 1/ sin α

1. $\sec^2 a+\operatorname{cosec}^2 a = \sec^2 a \operatorname{cosec}^2 a$
2. $\sin^4 a - \cos^4 a = 2\sin^2 a - 1$
3. sec a - tg a sin a = cos a
4. $\frac{1}{1-\sin a}+\frac{1}{1+\sin a}=2\sec^2 a$
5. $(tga+\sec a)^2=\frac{1+\sin a}{1-\sin a}$
6. sin a (1 + tg a) + cos a (1 + cotg a) = sec a + cosec a
7. $\frac{tga+\cot gb}{\cot ga+tgb}=\frac{tga}{tgb}$
8. $\frac{\cos eca+\cot ga}{\cos eca-\cot ga}=\frac{\sin^2 a}{(1-\cos a)^2}$
9. (sec a + tg a - 1)(sec a - tg a -+ 1) = 2 tg a
10. $\frac{tga-\sin a}{\sin^3 a}=\frac{\sec a}{1+\cos a}$
11. $\sec^2 a\, tg^2 b - tg^2 a \sec^2 b = tg^2 b - tg^2 a$
12. $\frac{\sin^2 b-\cos^2 a}{\sin^2 a\sin^2 b}=1-\cot g^2 a\cot g^2 b$
13. $\frac{\cos a}{1-tga}+\frac{\sin a}{1-\cot ga}=\sin a+\cos a$
14. $(1 + \text{cotg } a)(\sec^2 a - 2\text{ tg } a) = (\text{tg}^2 a - 1)(1 - \text{cotg} a)$
15. $\frac{tga-1}{tga+1}=\frac{\sec^2 a-2}{\sec^2 a+2tga}$

Détails des différentes étapes qui démontrent les égalités

1. $\sec^2 a+\mathrm{cosec}^2 a = \sec^2 a\ \mathrm{cosec}^2 a$

   appliquer les définitions de sec et cosec
   réduire au même dénominateur
   appliquer la formule fondamentale

2. $\sin^4 a - \cos^4 a = 2\sin^2 a - 1$

   appliquer a² - b²
   appliquer la formule fondamentale dans les deux ( )

3. sec a - tg a sin a = cos a

   appliquer les définitions de sec et tg
   réduire au même dénominateur
   appliquer la formule fondamentale
   simplifier la fraction

4. $\frac{1}{1-\sin a}+\frac{1}{1+\sin a}=2\sec^2 a$

   réduire au même dénominateur
   appliquer la formule fondamentale au dénominateur
   appliquer la définition de sec

5. $(tga+\sec a)^2=\frac{1+\sin a}{1-\sin a}$

   appliquer les définitions de sec et tg
   réduire au même dénominateur
   appliquer le « carré » sur le num et sur le dén
   appliquer la formule fondamentale au dén
   factoriser le dénom par a² - b²
   simplifier num et dén

6. sin a (1 + tg a) + cos a (1 + cotg a) = sec a + cosec a

7. $\frac{tga+\cot gb}{\cot ga+tgb}=\frac{tga}{tgb}$

   appliquer dans le premier membre les déf de tg et cotg
   réduire au même dénominateur (au num et au dén)
   multiplier par l'inverse
   simplifier
   appliquer les définitions de tg et cotg pour obtenir le second membre

8. $\frac{\cos eca+\cot ga}{\cos eca-\cot ga}=\frac{\sin^2 a}{(1-\cos a)^2}$

appliquer les définitions de sec et tg
simplifier les dénom
multiplier num et dén par (1 – cos a)
appliquer (a + b) (a – b) au num
appliquer la formule fondamentale

9. (sec a + tg a - 1)(sec a - tg a -+ 1) = 2 tg a

10. $\frac{tga - \sin a}{\sin^3 a} = \frac{\sec a}{1 + \cos a}$

appliquer déf de tg
réduire au même dénom
mettre « sin a » en évidence
simplifier sin a
transformer sin²a par la FF
appliquer a² - b²
simplifier num et dén
appliquer la déf de sec a

11. sec²a tg²b - tg²a sec²b = tg²b - tg²a

12. $\frac{\sin^2 b - \cos^2 a}{\sin^2 a \sin^2 b} = 1 - \cot g^2 a \cot g^2 b$

13. $\frac{\cos a}{1 - tga} + \frac{\sin a}{1 - \cot ga} = \sin a + \cos a$

appliquer les déf de tg et cotg
réduire au même dénominateur (aux dénom)
réduire au même dénom
appliquer a² - b²
simlifier

14. (1 + cotg a)(sec²a - 2 tg a) = (tg²a - 1)(1 - cotga)

15. $\frac{tga - 1}{tga + 1} = \frac{\sec^2 a - 2}{\sec^2 a + 2tga}$