©A.Vanlook
E-assoc

TRIGONOMETRIE : angles associés

Exercices récapitulatifs sur les nombres trigonométriques et les angles associés

Toujours se référer au cercle trigonométrique !!!

Notions à maîtriser :

manipulation du cercle trigonométrique, quadrants
signes de sin, cos, tg, cotg
réduction au premier quadrant
formule fondamentale
angles associés

1) Donner le signe de cos $9\pi/5$; cotg $5\pi/3$; sin 250° ; tg $(-\pi/7)$; cos (-785°)

2) Donner la valeur de cos π ; tg $\pi/2$; cotg 180° ; sin 3π ; tg 0° ; cotg $3\pi/2$

3) Calculer cotg α sachant que cos α = -1/7 et que $\alpha \in 2^{\text{ème}}$ quadrant

4) Calculer sin α sachant que tg α vaut 4

5) Calculer cos α sachant que cotg α vaut -5

6) Réduire au premier quadrant :cos 457° ; sin 189° , tg $8\pi/11$; cotg $14\pi/13$

7) Calculer sin 210°, cos 300° , tg $3\pi/4$; cotg $5\pi/6$ par réduction au premier quadrant

8) Donner l'opposé de 245° et de $6\pi/7$, le supplémentaire de 152° et de $8\pi/5$, l'antisupplémentaire de 75° et de $9\pi/4$, le complémentaire de 46° et de $2\pi/8$

9) Réduire au premier quadrant et donner la valeur (si angle remarquable) :cos 267° ; sin 499° ; tg 142° ; cotg 281° ;
cos $11\pi/6$; sin $14\pi/3$; tg $(-\pi/3)$; cotg $5\pi/7$

10) Comment sont associés 89° et 91° ; $4\pi/7$ et $\pi/14$

11) Comment sont associés les angles α et β si
   a) cos α = sin β
   b) cos α = - cos β
   c) sin α = sin $(\beta - \pi)$
   d) tg α = - tg β

12) Exprimer en fonction de α puis simplifier $$\frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(\pi/2-\alpha)tg(-\alpha)}{\sin(-\alpha)\cos(\alpha-5\pi)\cot g(3\pi+\alpha)}$$

©A.Vanlook
E-assoc

Réponses

1) cos 9π/5 **+** ; cotg 5π/3 **-** ; sin 250° **-** ; tg (-π/7) **-** ; cos (-785°) **+**

2) cos π = **-1** ; tg π/2 **/** ; cotg 180° **/** ; sin 3π = **0** ; tg 0° = **0** ; cotg 3π/2 = **0**

3) FF : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$
$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - (-1/7)^2 = 48/49$
$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{48}{49}} = \pm\frac{4\sqrt{3}}{7}$$
α est dans le 2ème Q d'où sin α > 0 (le signe '-' est à rejeter)
$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\frac{-1}{7}}{\frac{4\sqrt{3}}{7}} = -\frac{1}{4\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{12}$$

4) On peut utiliser la formule suivante : $\sin^2\alpha = \dfrac{1}{1+\cot^2\alpha}$ (voir formulaire)

c'est-à-dire $\sin\alpha = \pm\sqrt{\dfrac{1}{1+\cot^2\alpha 1}}$, ce qui donne
$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \pm\sqrt{\frac{1}{\frac{17}{16}}} = \pm\sqrt{\frac{16}{17}} = \pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{17}} = \pm\frac{4\sqrt{17}}{17}$$

5) On peut utiliser la formule suivante : $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+tg^2\alpha}$ (voir formulaire)

c'est-à-dire $\cos\alpha = \pm\sqrt{\dfrac{1}{1+tg^2\alpha}}$, ce qui donne
$$\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{-1}{5}\right)^2}} = \pm\sqrt{\frac{1}{\frac{26}{25}}} = \pm\frac{5\sqrt{26}}{26}$$

6) cos 457° = **- cos 83°** ; sin 189° = **- sin 9°** , tg 8π/11 = **- tg 3π//11** ;
cotg 14π/13 = **cotg π/13**

7) sin 210° = - sin 30° = **- 0,5** ; cos 300° = cos 60° = **0,5** ;
tg 3π/4 = - tg π/4 = **- 1** ; cotg 5π/6 = - cotg π/6 = - $\sqrt{3}$

8) l'opposé de 245° = **115°** et l'opposé de 6π/7 = **8π/7**,
le supplémentaire de 152° = **28°** et le supplémentaire de 8π/5 = **7π/5**
l'antisupplémentaire de 75° = **255°** et l'antisuppl. de 9π/4 = **5π/4**,
le complémentaire de 46° = **44°** et le complém.de 2π/8 = **π/4**

9) cos 267° = - cos 87° ; sin 499° = sin 41° ; tg 142° = - tg 38° ;

cotg 281° = - cotg 79°; cos 11π/6 = cos π/6 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$; sin 14π/3 = sin π/3 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

tg (-π/3) = - tg π/3 = - $\sqrt{3}$; cotg 5π/7 = - cotg 2π/7

10) 89° et 91° sont supplémentaires ; 4π/7 et π/14 anticomplémentaires

11)

a) cos α = sin β complémentaires
b) cos α = - cos β supplémentaires ou antisupplémentaires
c) sin α = sin (β - π)
ce qui donne sin α = - sin β d'où antisupplémentaires ou opposés
d) tg α = - tg β supplémentaires ou opposés

12) $$\frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(\pi/2-\alpha)tg(-\alpha)}{\sin(-\alpha)\cos(\alpha-5\pi)\cot(3\pi+\alpha)} = \frac{-\sin\alpha\,\sin\alpha\,(-tg\alpha)}{-\sin\alpha\,(-\cos\alpha)\cot\alpha} = \frac{tg^2\alpha}{\cot\alpha} = tg^3\alpha$$