Solutions partielles des exercices de révisions Juin 2006

$6^{ème}$ 6h

17)

$t \equiv y = 2x \pm 2\sqrt{10}$

choisissons $t \equiv y = 2x + 2\sqrt{10}$

pts de contact :

$4x^2 + 9(4x^2 + 8\sqrt{10}x + 40) = 36$

$40x^2 + 72\sqrt{10}x + 324 = 0$

$10x^2 + 18\sqrt{10}x + 81 = 0$

$\Delta = 3240 - 3240 = 0$

$x = \dfrac{-18\sqrt{10}}{20} = -\dfrac{9\sqrt{10}}{10}$

$y = -\dfrac{9\sqrt{10}}{5} + 2\sqrt{10} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$

$point\ de\ contact : (\dfrac{-9\sqrt{10}}{10}, \dfrac{\sqrt{10}}{5})$

16)

$\Gamma \equiv (2x-4)^2 - (3y-3)^2 = 30$

$\dfrac{(x-2)^2}{\frac{1}{4}} - \dfrac{(y-1)^2}{\frac{1}{9}} = 30$

$\dfrac{(x-2)^2}{\frac{15}{2}} - \dfrac{(y-1)^2}{\frac{10}{3}} = 1$

il s'agit d'une hyperbole de foyer F $(\sqrt{\dfrac{65}{6}} + 2{,}1)$ et F' $(-\sqrt{\dfrac{65}{6}} + 2{,}1)$

15)

Il s'agit d'une parabole *P ≡ y² = 20x*

14)intersection de la droite et du plan :

$$\begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = -\frac{1}{2}\lambda \\ z = 1 - 2\lambda \\ 2x - y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$2 + 6\lambda + \frac{1}{2}\lambda + 1 - 2\lambda - 5 = 0$$

$$\lambda = \frac{4}{9}$$

$$centre \ \ C(\frac{7}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{1}{9})$$

le rayon est donné par la distance entre le centre et la droite d_1

plan perpendiculaire à d_1 : $x + \frac{1}{2}y + z + d = 0$

plan α perpendiculaire à d_1 passant par le centre : $x + \frac{1}{2}y + z - \frac{7}{3} = 0$

cherchons le point de percée de d_1 dans α :

A$(\frac{16}{27}, \frac{8}{27}, \frac{43}{27})$

Calculons le rayon (=AC) $\sqrt{\left(\frac{47}{27}\right)^2 + \left(\frac{14}{27}\right)^2 + \left(\frac{40}{27}\right)^2} = \sqrt{\frac{4005}{729}}$

Équation de la sphère : $(x - \frac{7}{3})^2 + (y + \frac{2}{9})^2 + (z - \frac{1}{9})^2 = \frac{4005}{729}$

13) $d \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{8} = \frac{z+8}{-7}$

12) recherche du plan ABC :

$$dtm\begin{pmatrix} x+2 & 2 & 1 \\ y-3 & -1 & -4 \\ z+1 & 5 & 2 \end{pmatrix} = 18(x+2) + (y-3) - 7(z+1)$$

$$ABC \equiv 18x + y - 7z + 26 = 0$$

recherche du point d'abscisse 4 de d : (4,15,-3)

recherche de α : α ≡ 18x + y – 7z – 108 = 0

1)

$$2\int_0^{\pi} e^x \sin x dx = \left[-e^x \cos x + e^x \sin x\right]_0^{\pi}$$

$$\int_0^{\pi} e^x \sin x dx = e^{\pi} + 1$$

$$\int_1^2 \frac{2}{x+1}dx = \left[2\ln|x+1|\right]_1^2 = 2\ln 3 - 2\ln 2 = 2\ln\frac{3}{2}$$

2)

$$\int x\sin x dx == -x\cos x + \sin x + C$$

$$\int 5xe^{4x}dx = \frac{5xe^{4x}}{4} - \frac{5}{16}e^{4x} + C$$

$$\int \frac{x}{(3x^2+4)^2}dx = \frac{1}{6}\int\frac{dt}{t^2} = \frac{-1}{6t} + C = \frac{-1}{6(3x^2+4)} + C$$

$$\int \frac{3}{x(\ln x)^5}dx = \frac{3}{-4(\ln x)^4} + C$$

$$\int (6x^4 - 2x^2 + 1)^5(6x^3 - x)dx = \frac{1}{24}(6x^4 - 2x^2 + 1)^6 + C$$

$$\int \cos^3 2x dx = \int \cos 2x(1 - \sin^2 2x)dx = \int \cos 2x dx - \int \cos 2x \sin^2 2x dx$$

$$= \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin^3 2x}{6} + C$$

$$\int \sin^2\frac{x}{4}dx = \int \frac{1-\cos\frac{x}{2}}{2}dx = \frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} + C$$

$$\int \frac{1}{4x^2+49}dx = \frac{1}{49}\int\frac{1}{\frac{4}{49}x^2+1}dx = \frac{7}{98}arctg\frac{2x}{7} + C$$

$$\int \frac{20x^4+3x}{(8x^5+3x^2+1)^4}dx = \frac{1}{-6(8x^5+3x^2+1)^3} + C$$

$$\int x^2e^x dx = x^2e^x - \int 2xe^x dx = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + C$$

$$\int xe^{3x}dx = \frac{xe^{3x}}{3} - \frac{e^{3x}}{9} + C$$

$$\int \frac{\ln^5 x}{4x}dx = \frac{1}{24}\ln^6 x + C$$