Révisions Juin: solutions suite

5ème

Suite des dérivées

$$\left(\frac{\sqrt{2x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}}\right)' = \frac{\dfrac{4x\sqrt{4x^2+3}}{2\sqrt{2x^2+1}} - \dfrac{\sqrt{2x^2+1}\ 8x}{2\sqrt{4x^2+3}}}{4x^2+3} = \frac{2x}{(4x^2+3)\sqrt{2x^2+1}\sqrt{4x^2+3}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5x^2+2x+1}}{4x^2+1}\right)' = \frac{\dfrac{(10x+2)(4x^2+1)}{2\sqrt{5x^2+2x+1}} - 8x\sqrt{5x^2+2x+1}}{(4x^2+1)^2} = \frac{-20x^3-12x^2-3x+1}{(4x^2+1)^2\sqrt{5x^2+2x+1}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{8x^2+2x+3}{5x^2+6}}\right)' = \frac{\dfrac{(16x+2)(5x^2+6)-(8x^2+2x+3)(10x)}{(5x^2+6)^2}}{2\sqrt{\dfrac{8x^2+2x+3}{5x^2+6}}} = \frac{-5x^2+33x+6}{(5x^2+6)^2\sqrt{\dfrac{8x^2+2x+3}{5x^2+6}}}$$

Continuité

Les fonctions f(x) = sin x, f(x)= cos x et f(x) = -1 étant continues sur R, il suffit d'étudier la continuité de la fonction donnée aux abscisses x = π et x = 3π/2

D = R

f(x) est discontinue en x = π

En effet :

$$\lim_{\substack{x\to\pi \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x\to\pi \\ <}} \sin x = 0$$

$$\neq$$

$$\lim_{\substack{x\to\pi \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x\to\pi \\ <}} \cos x = -1$$

f(x) est discontinue en x = 3π/2

En effet :

$$\lim_{\substack{x\to 3\pi/2 \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x\to\pi \\ <}} \cos x = 0$$

$$\neq$$

$$\lim_{\substack{x\to 3\pi/2 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x\to\pi \\ >}} -1 = -1$$

Systèmes

dtm = 38 ≠ 0 d'où une solution unique :
$d_x = 117$, $d_y = 21$; $d_z = -26$

$$S = \left\{\left(\frac{117}{38}, \frac{21}{38}, \frac{-13}{19}\right)\right\}$$

rem : système symétrique en x, y ,z
dtm = (m – 1)² (m + 2)

si m ≠ 1 et -2, on a une solution unique $S = \left\{\left(\frac{-2}{m+2}, \frac{-2}{m+2}, \frac{-2}{m+2}\right)\right\}$

si m = 1 , on a un système doublement indéterminé $S = \{(\lambda, \mu, -2-\lambda-\mu), \forall \lambda, \mu \in R\}$

si m = -2 , on a un système impossible S = {}

Matrices et déterminants

$$A^{-1} = -\frac{1}{78}\begin{pmatrix} 6 & -2 & -38 \\ 12 & -4 & 2 \\ -9 & -10 & 5 \end{pmatrix}$$

exemple : $C_3 \to C_3 - 2C_1 \begin{vmatrix} 4 & 2 & -7 \\ -1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 54$

Equations et inéquations trigonométriques

2 cos 2x = cos 3x + cos x
2 cos 2x = 2 cos 2x cos x
2 cos 2x (1 – cos x) = 0

$$S_p = \left[\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k2\pi, \forall k \in Z\right]$$

2sin²x + 3 sinx – 2 = 0
delta = 25
sin x = ½ sin x = -2 (à rejeter)

$$S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi, \forall k \in Z\right\}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}\cos x + 2\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos x + \sqrt{3}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$x = 2.26 + k2\pi \quad ou \quad x = -0.15 + k2\pi$$

cos²x – ½ < 0

racines : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$ $x = \pm\frac{3\pi}{4} + k2\pi$

(0)		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{4}$		$\frac{7\pi}{4}$		(2π)
1/2	+	0	-	0	+	0	-	0	+	1/2

$$x \in \bigcup_{k\in Z} \left]\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{3\pi}{4} + k\pi\right[$$

tg 3x > 1

tg 3x > tg $\frac{\pi}{4}$

$$3x \in \bigcup_{k\in Z} \left]\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[\quad d'où \quad x \in \bigcup_{k\in Z} \left]\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}\right[$$

C.E. :

$$\sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \geq 0$$

$$\sin 2x \geq \sin\frac{\pi}{3}$$

$$2x \in \left[\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi\right] \quad d'où \quad x \in \left[\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right]$$

$$\cos x - \frac{1}{2} > 0$$

$$\cos x > \cos\frac{\pi}{3}$$

$$x \in \left]-\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi\right[$$

Domaine = $\bigcup_{k\in Z} \left[\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi\right[$