

Correction des exercices de la deuxième série

1. Soit $f(x) = 7x - 12$

a) croissante car coef. de direction positif

b) (0, -12) (12/7, 0)

c) $g(x) = -7x + 12$

2. A partir du graphique de $f(x) = x^3$,

$f_1(x) = (x + 0,5)^3 - 1$: translaté de 0,5 vers la gauche //ment à OX et de 1 vers le bas //ment à OY ;

concavité vers le bas sur $] -\infty; -0,5[$ et vers le haut sur $] -0,5; +\infty[$ PI (-0,5 ; -1)

$f_2(x) = -2x^3$: redresser vers OY puis prendre le symétrique par rapport à OX

concavité vers le haut sur $] -\infty; 0[$ et vers le bas sur $] 0; +\infty[$ PI (0, 0)

3. $f_1(x) = -3x^7 + 5x^3$: fct impaire car $f(-x) = -f(x)$ sym par rapport à (0,0)

$f_2(x) = (\cos x)^3$: fct paire car $\cos(-x) = \cos x$ par les angles opposés ; fct sym. Par rapport à OY

4. $d_1 \equiv y = 0$: c'est l'axe OX ; $d_2 \equiv x = 6$: parallèle à OY

5. Soit la parabole $P \equiv y = 2x^2 - x - 3$

a) axe de symétrie $\equiv x = \frac{1}{4}$, sommet $(\frac{1}{4}, -\frac{25}{8})$, concavité vers le haut ($\cup$),

croissance sur $] \frac{1}{4} + \infty[$

b) $\begin{cases} y = 2x^2 - x - 3 \\ y = -x - 1 \end{cases} \quad 0 = 2x^2 - 2 \quad 0 = 2(x^2 - 1) \quad x = 1 \text{ ou } x = -1$

pts d'intersection : (1, -2) et (-1, 0)

c)

6. Résoudre:

$$\frac{2x-3}{x+3} - \frac{x-3}{1-2x} = \frac{3(2x^2-2x-3)}{2x^2+5x-3}$$

C.E. $x \neq -3$; $x \neq \frac{1}{2}$

$$\frac{2x-3}{x+3} - \frac{x-3}{1-2x} = \frac{6x^2-6x-9}{(2x-1)(x+3)}$$

$$(2x-3)(2x-1) + (x-3)(x+3) - (6x^2-6x-9) = 0$$

$$-x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{-2} \quad x = -3 \text{ (à rejeter vu C.E.)} \quad x = 1 \quad S = \{1\}$$

$$\frac{(1-x)(x^2-3x+12)}{x^3(20x^2-x-1)} \leq 0$$

	-1/5	0	1/4	1	
1-x	+	+	+	+	0 -
$x^2-3x+12$	+	+	+	+	+
x^3	-	-	0	+	+
$20x^2-x-1$	+	0	-	0	+
	-	/	+	/	-
					0 -

$$S =]-\infty, -\frac{1}{5}[\cup]0, \frac{1}{4}[\cup]1, +\infty[$$

7. $\cos 250^\circ = -\cos 70^\circ$, $\sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg} 5\pi/9 = -\operatorname{tg} 4\pi/9$,
 $\sin 11\pi/6 = -\sin \pi/6 = -1/2$

8. $f(x) = -\sqrt{-x+1} - 2 = -\sqrt{-(x-1)} - 2$

on translate de 1 vers la droite //ment à OX ; on fait « partir » le graphique vers la gauche ; on fait une symétrie par rapport à OX ; on translate de 2 vers le bas //ment à OY

$$I =]-\infty, -2]$$

9. **racines de** $f_1(x) = \frac{x+1}{x+2}$; $f_2(x) = 2x^4$; $f_3(x) = \frac{5}{6}x - \frac{x-2}{7}$

$$\frac{5}{6}x - \frac{x-2}{7} = 0$$

$$f_1(x) : x = -1 ; f_2(x) : x = 0 ; f_3(x) : \frac{35x - 6x + 12}{42} = 0$$

$$29x + 12 = 0$$

$$x = -\frac{12}{29}$$

10. **Soit** l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

a) **Pour quels signes de a et c , l'équation admet-elle toujours au moins une solution ?**

lorsque a et c sont de signes opposés car alors delta sera toujours positif

b) **Quelle est la seule condition pour avoir deux solutions de signes opposés ?**

le produit des racines doit être négatif d'où $\frac{c}{a} < 0$ d'où a et c de signes opposés

11. **Si on augmente la dimension d'un côté d'un carré de 2 cm et l'autre de 3 cm, on obtiendra un rectangle d'aire 56 cm². Quel est le côté du carré ?**

soit x : le côté du carré (x > 0)

$$(x+2)(x+3) = 56$$

$$x^2 + 5x - 50 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm 15}{2} = 5 \quad (-10 \text{ est à rejeter})$$

12. **Soient** A(-6,2) B(9,-2) C(-8,-7) $d_1 \equiv y = 2x - 5$ $d_2 \equiv y - 1 = 3(x + 5)$

a) $AB \equiv y = \frac{-4}{15}x + \frac{2}{5}$

b) l'angle d'inclinaison de d_2 est -15°

c) le coef dir. de $d_1 = 2$ d'où coef.dir d'une perpendiculaire à $d_1 = -1/2$ d'où

$$\vec{v} (1, -1/2) \text{ ou } (2, -1)$$

d) si les points A,B,C étaient alignés, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ seraient multiples

e) la médiane du triangle ABC issue du sommet B est la droite BM avec M : milieu de [AC]

$$M\left(\frac{-6+(-8)}{2}, \frac{2+(-7)}{2}\right) = \left(-7, -\frac{5}{2}\right)$$

$$BM \equiv y + 2 = \frac{1}{32}(x - 9) \text{ ou } y = \frac{1}{32}x - \frac{73}{32}$$

f) la hauteur issue du sommet C est la droite perpendiculaire à AB et passant par C

$$h \equiv y + 7 = a(x + 8)$$

$$a_{AB} = -4/15 \text{ d'où } a_h = 15/4$$

$$h \equiv y = \frac{15}{4}x + 21$$

g) le point d'intersection des droites d_1 et d_2 (D) : $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 3x + 16 \end{cases}$ d'où $0 = -x - 21$

$$D (-21, -47)$$

13. Donner les conditions d'existence et le domaine de

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{2x}{x-3}}$$

$$f_2(x) = \frac{x^2 - 3}{16x^2 - 9}$$

$$f_1 : C.E. : \frac{2x}{x-3} \geq 0 \text{ d'où après un tableau de signes, on obtient } D =]-\infty, 0] \cup]3, +\infty[$$

$$f_2 : C.E. : 16x^2 - 9 \neq 0 \text{ d'où } D = \mathbb{R} / \left\{ \frac{-3}{4}, \frac{3}{4} \right\}$$

14. Donner les conditions d'existence et le domaine

$$f_1 : C.E. : x^2 + 4x - 5 > 0 \text{ d'où après un tableau de signes, on obtient } D =]-\infty, -5] \cup]1, +\infty[$$

$$f_1 : C.E. : \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x - 4 \neq 0 \\ 7 - x > 0 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 4 \\ x < 7 \end{cases} \text{ après « la ligne », on obtient } D = [2, 4[\cup]4, 7[$$

$$f_1 : C.E. : \frac{1 - 8x}{-x^2 - 9} \geq 0 \text{ d'où après un tableau de signes, on obtient } D = [1/8, +\infty[$$

15. $f(x) = \sqrt{3 - x}$ décroissante à concavité vers le bas

$f(x) = \sqrt{x - 3}$ croissante à concavité vers le bas

$f(x) = -\sqrt{x - 3}$ décroissante à concavité vers le haut