

Mathématiques : Dossier de révisions Juin

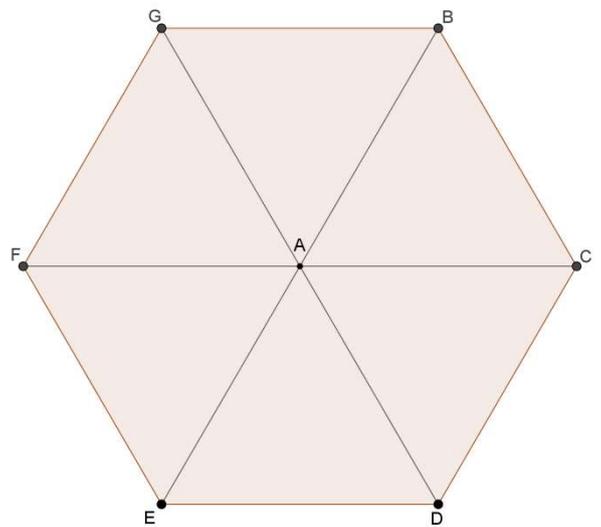
Énoncés

I) 4UAA6 Géométrie analytique plane

1) Chapitre 1 - Les vecteurs

Exercice 1

- a) En utilisant uniquement les points de l'hexagone régulier ci-contre, cite tous les vecteurs égaux à \overrightarrow{AB}
- b) Remplace X par un des points de la figure dans les égalités suivantes.

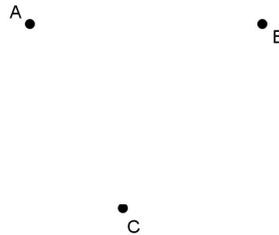


$\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{DC}$	$X =$
$\overrightarrow{XC} = 2\overrightarrow{GB}$	$X =$
$\overrightarrow{XE} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{GF}$	$X =$
$\overrightarrow{FX} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{BC}$	$X =$
$\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{GF}$	$X =$
$\overrightarrow{EX} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$	$X =$

Exercice 2

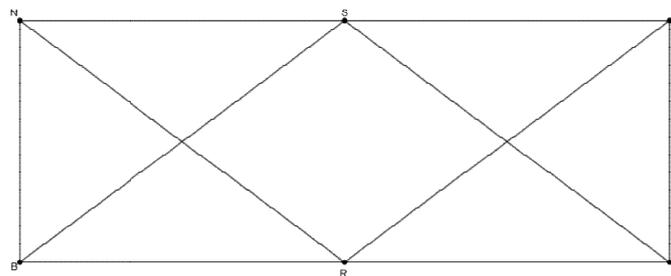
Soient 3 points A, B, C non alignés. Place les points D, F, I, E, H, G définis par les égalités vectorielles suivantes.

$$\begin{array}{l|l} \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} & \overrightarrow{FC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} & \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AH} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) & \overrightarrow{AG} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} \end{array}$$



Exercice 3

Le quadrilatère $BNMP$ est un rectangle, R est le milieu de $[BP]$ et S le milieu de $[MN]$.



Complète chaque égalité par une lettre de la figure.

$$\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{\dots R}$$

$$\overrightarrow{BR} + \overrightarrow{SM} = \overrightarrow{B \dots}$$

$$\overrightarrow{RM} + \overrightarrow{RB} = \overrightarrow{R \dots}$$

$$\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{M \dots}$$

$$\overrightarrow{NS} + \overrightarrow{BS} = \overrightarrow{B \dots}$$

$$\overrightarrow{BS} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{N \dots}$$

Exercice 4

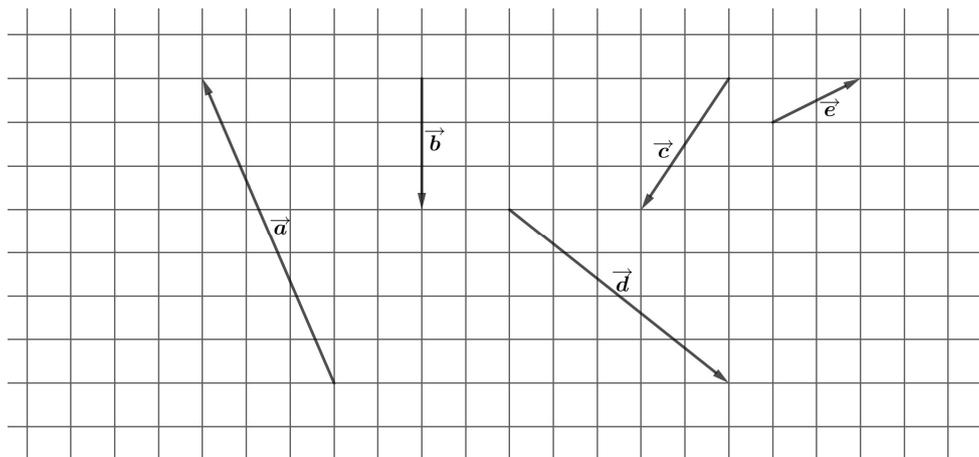
Soient A, B, C et D quatre points du plan. Réduis au maximum les opérations suivantes.

- a) $\vec{u} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} =$
- b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} =$
- c) $\vec{w} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} =$
- d) $\vec{r} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{BD} =$
- e) $\vec{s} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} =$

Exercice 5

Soient les 5 vecteurs ci-dessous.

- a) Écris les composantes de tous les vecteurs ;
- b) Effectue la somme de tous les vecteurs ;
- c) Détermine les composantes de cette somme (par dessin et par calcul).



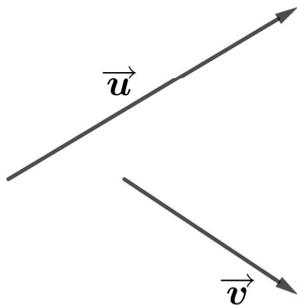
Exercice 6

Construis un vecteur \vec{t} tel que $\vec{u} + \vec{v} + \vec{t} = \vec{0}$.

--	--	--

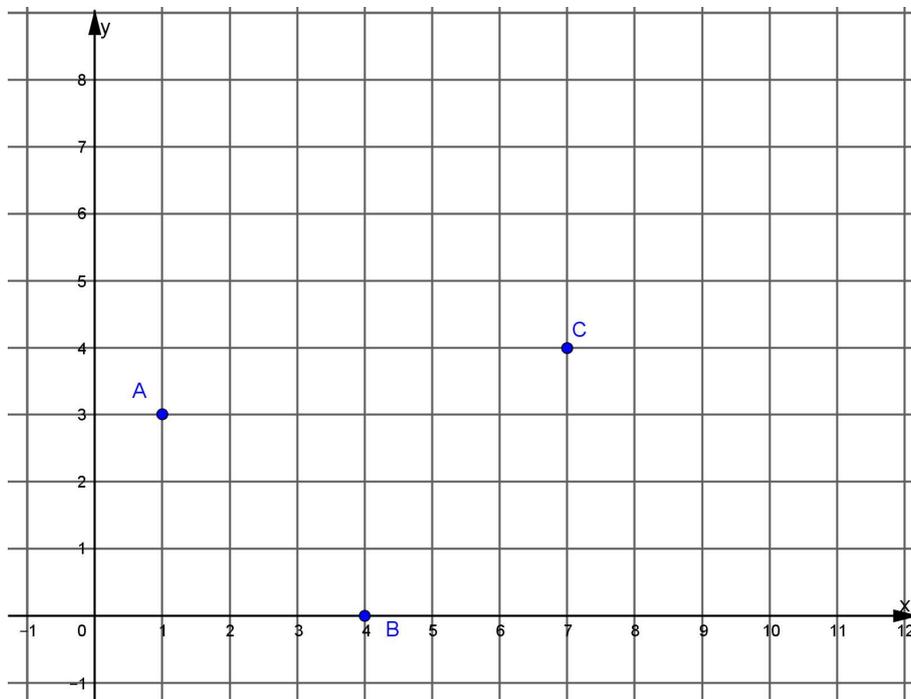
Exercice 7

Construis un vecteur \vec{t} tel que $\vec{t} = 2\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$.



Exercice 8

À l'aide du repère ci-dessous :

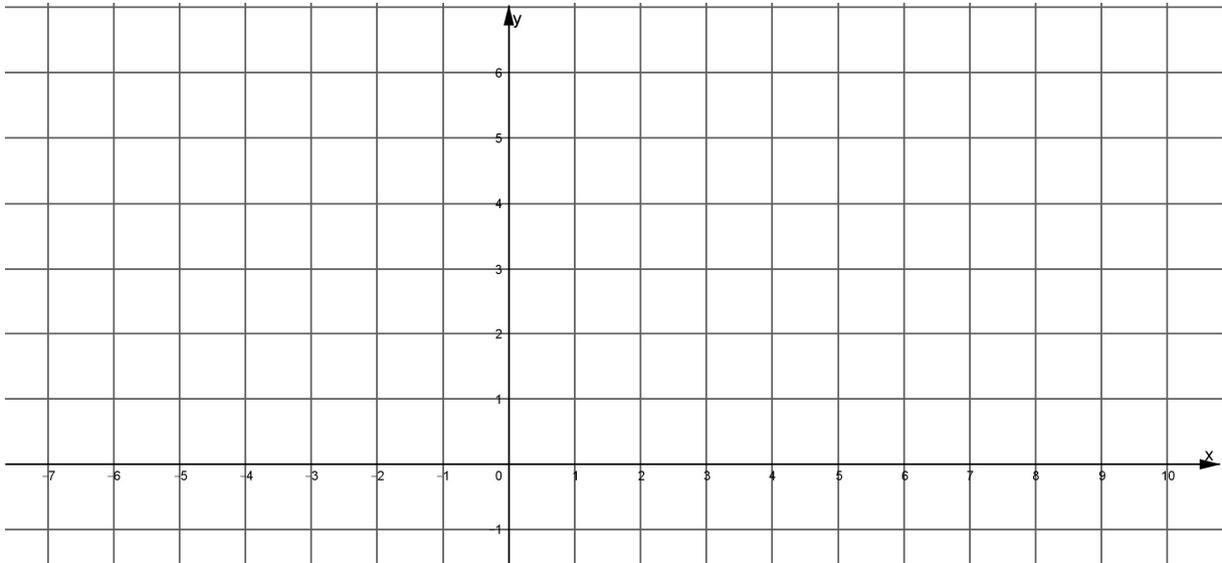


- Détermine par calcul les coordonnées de P pour que $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$;
- Vérifie les coordonnées de P à l'aide d'une construction géométrique.

Exercice 9

Soient $A = (2,2)$, $B = (6,0)$, $C = (-6,6)$ et $D = (102, -48)$ quatre points du plan cartésien.

a) Représente A, B et C sur le système d'axes suivant.



- b) Montre que les points A, B et C sont alignés par calcul.
- c) Montre que A, B et D sont aussi alignés ;
- d) Détermine la norme du vecteur \overrightarrow{AB} ;
- e) Détermine la distance entre le point A et C .

Exercice 10

Calcule les coordonnées du milieu de $[AB]$ dans les cas suivants :

a) $A = (2,5)$ $B = (-3,7)$	b) $A = (3,0)$ $B = (5,7)$	c) $A = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ $B = \left(\frac{1}{3}, -5\right)$	d) $A = \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ $B = (0,2)$
--------------------------------	-------------------------------	--	--

Exercice 11

Calcule les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC dans les cas suivants :

a) $A = (2,5)$ $B = (-3,7)$ $C = (7,0)$	b) $A = (3,0)$ $B = (5,7)$ $C = (-2, -4)$	c) $A = \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ $B = (0,2)$ $C = \left(12, \frac{3}{2}\right)$
---	---	--

Exercice 12

Détermine l'équation des cercles qui respectent les conditions suivantes :

- a) Le centre du cercle C_1 se trouve en $A = (9, -1)$ et le rayon vaut 2 ;
- b) Le cercle C_2 a pour diamètre $|BC|$ avec $B = (-10, 8)$ et $C = (14, -6)$.

Exercice 13

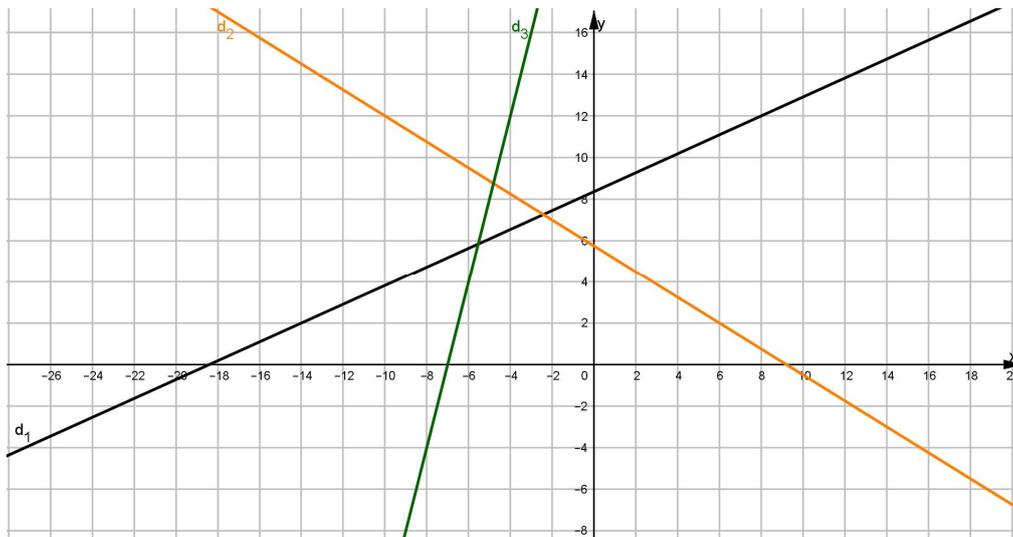
Détermine les coordonnées du centre et la longueur du rayon des cercles d'équations :

- a) $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 134$
- b) $x^2 - 4x + y^2 + 12y + 41 = 0$
- c) $x^2 + y^2 - 2y = 3$

2) Chapitre 2 - Les droites

Exercice 1

Détermine les équations paramétriques et cartésiennes des droites suivantes :



Exercice 2

Détermine les équations paramétriques et l'équation cartésienne des droites dont voici les caractéristiques :

	Point de la droite	Vecteur directeur
a)	(4,0)	(6,12)
b)	(-6,4)	(20,-6)
c)	(-2,-6)	(8,14)

Exercice 3

Détermine les équations paramétriques et l'équation cartésienne des droites passant par les points suivants :

	1 ^{er} Point de la droite	2 ^{ème} Point de la droite
a)	$(-2, -12)$	$(-8, 8)$
b)	$(-10, -4)$	$(-4, 0)$
c)	$(-4, 8)$	$(10, -10)$

Exercice 4

Détermine les coordonnées du point C appartenant à $d \equiv -x + 4y = 14$ d'ordonnée $\frac{9}{2}$.

Exercice 5

Détermine l'angle que fait les droites suivantes avec l'axe des abscisses.

- a) $d \equiv -5x + 8y - 2 = 0$
- b) $d \equiv 4x + 9y + 12 = 0$
- c) $d \equiv \begin{cases} x = -12 + 16k \\ y = 4 + 2k \end{cases}$
- d) $d \equiv \begin{cases} x = -10 + 25k \\ y = -5 + 10k \end{cases}$

Exercice 6

Détermine l'équation cartésienne de la droite d passant par A et parallèle à d_1 ($k \in \mathbb{R}$).

	Coordonnées de A	d_1
a)	$(-10, 10)$	$\begin{cases} x = -18 + 32k \\ y = 4 - 10k \end{cases}$
b)	$(-12, 4)$	$\begin{cases} x = 2 - 10k \\ y = 4 + 6k \end{cases}$
c)	$(-6, 0)$	$4x - 7y + 82 = 0$
d)	$(-2, 6)$	$x - 2y + 24 = 0$
e)	$(8, 8)$	$-x - y + 10 = 0$

Exercice 7

Détermine l'équation cartésienne de la droite d passant par A et perpendiculaire à d_1 ($k \in \mathbb{R}$).

	Coordonnées de A	d_1
a)	$(-4,6)$	$8x - 9y + 60 = 0$
b)	$(2,8)$	$-4x - 9y - 2 = 0$
c)	$(6,4)$	$-7x - 6y - 34 = 0$
d)	$(-6, -2)$	$-3x - 4y + 32 = 0$
e)	$(-8,2)$	$\begin{cases} x = 2 - 14k \\ y = 4 + 2k \end{cases}$

Exercice 8

Détermine la distance entre la droite d et le point A ($k \in \mathbb{R}$).

	Coordonnées de A	d
a)	$(6,8)$	$\begin{cases} x = -12 - 6k \\ y = 4 - 8k \end{cases}$
b)	$(-4,2)$	$5x - 12y + 148 = 0$
c)	$(-12, -2)$	$-x - 13y + 112 = 0$

Exercice 9

Détermine les équations paramétriques de la droite d médiatrice au segment $[AB]$.

	Coordonnées de A	Coordonnées de B
a)	$(-10,8)$	$(12,12)$
b)	$(-14,4)$	$(8, -2)$
c)	$(-6,0)$	$(14, -4)$
d)	$(2,8)$	$(4, -2)$
e)	$(10, -2)$	$(4,6)$

Exercice 10

On donne le sommet $A = (-2,1)$ d'un rectangle et les équations des droites qui supportent deux côtés $d_1 \equiv 3x - 2y - 5 = 0$ et $d_2 \equiv 2x + 3y + 7 = 0$. Calcule l'aire de ce rectangle.

Exercice 11

Les droites $d_1 \equiv 5x + 12y - 10 = 0$ et $d_2 \equiv 5x + 12y + 29 = 0$ supportent deux côtés d'un carré. Donne les équations des droites d_3 et d_4 qui supportent les deux autres côtés sachant que le point $M = (-3,5)$ appartient à d_3 et que le point $N = (4,14)$ appartient à d_4 . Que vaut l'aire de ce carré ?

Exercice 12

Associe chaque équation au graphique correspondant.

a) $3x - y + 5 = 0$

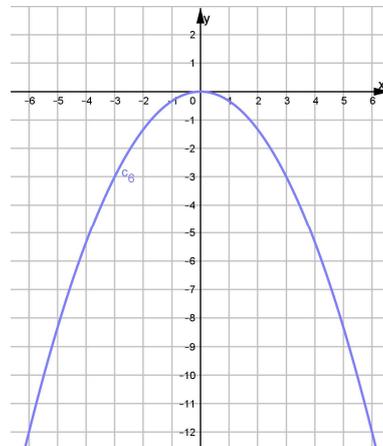
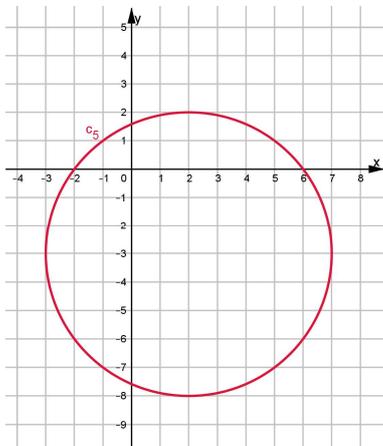
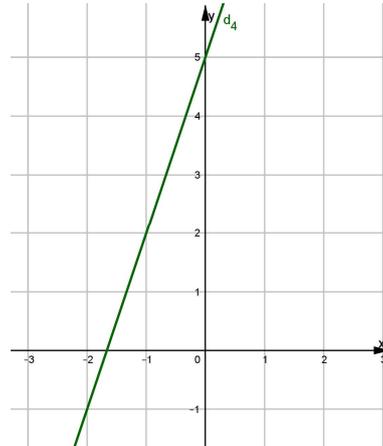
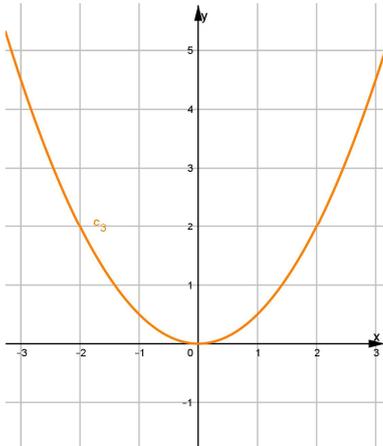
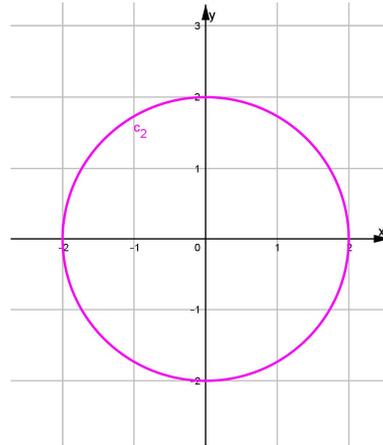
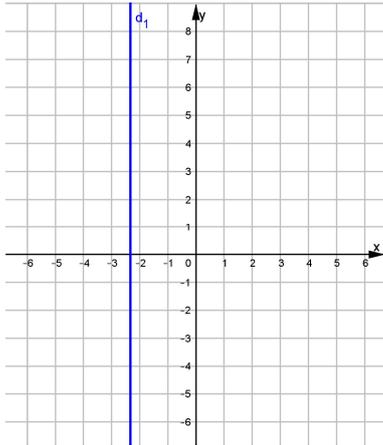
b) $x^2 + 3y = 0$

c) $x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$

d) $3x + 7 = 0$

e) $x^2 + y^2 = 4$

f) $2y = x^2$



II) 4UAA5 Deuxième degré

1) Chapitre 1 - Équations du 2nd degré avec conditions d'existence

Exercice 1

Résous les équations suivantes après avoir établi les éventuelles conditions d'existence.

$$a) \frac{x^2-1}{x+1} = 0$$

$$b) \frac{2x-1}{x-3} = \frac{-1}{3-x}$$

$$c) \frac{x^2+x+4}{x^2-4} = 1$$

$$d) \frac{3x^2-1}{-x+5} + \frac{2x^2+3}{x-5} = 0$$

$$e) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{35} = \frac{1}{x+2}$$

$$f) \frac{8x-3}{x+3} - 4 = 2x - \frac{3x^2}{x+3}$$

$$g) \frac{2x-1}{x+3} = \frac{3x-5}{x-8}$$

$$h) \frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = 1 - \frac{3}{x+1}$$

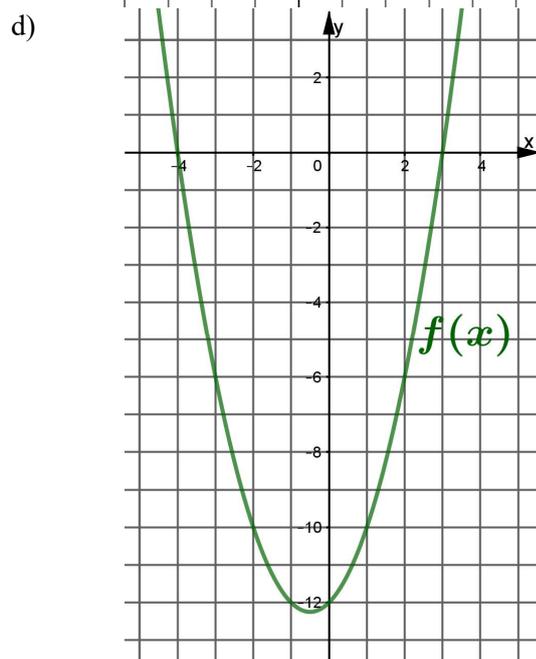
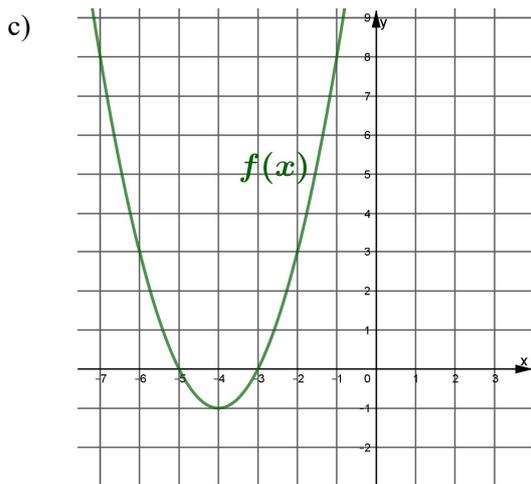
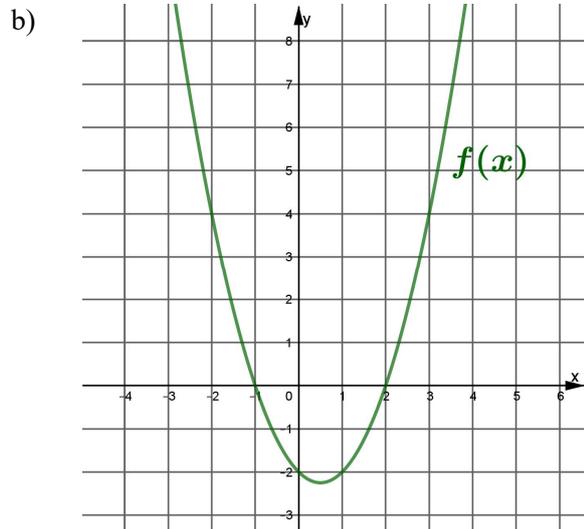
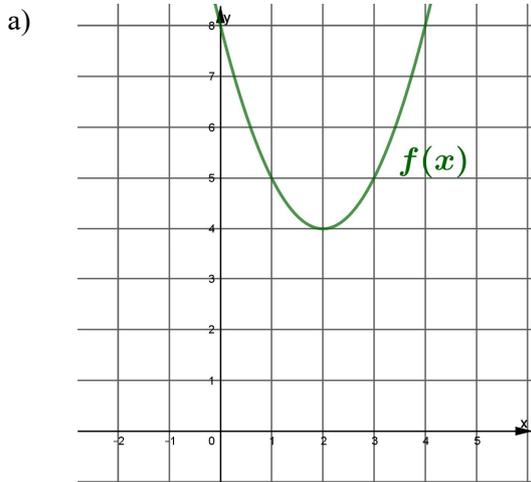
$$i) \frac{5}{5x+1} + \frac{x}{5x-1} = \frac{1}{25x^2-1}$$

$$j) \frac{1}{2x+1} - \frac{2x+5}{4x^2+4x+1} = \frac{2x-1}{4x^2-4x+1}$$

2) Chapitre 2 – Fonctions du 2nd degré

Exercice 1

Détermine l'expression algébrique des fonctions dont voici les graphiques ($a = 1$).



Exercice 2

À partir de la fonction de référence $f(x) = x^2$, trace le graphiques des fonctions suivantes.

- a) $f_1(x) = -(x + 2)^2 - 2$
- b) $f_2(x) = (x - 3)^2 + 1$
- c) $f_3(x) = (x + 1)^2 - 3$

Exercice 3

Une fonction du 2nd degré peut s'écrire sous 3 formes différentes : la forme canonique, la forme développée et la forme factorisée. Complète le tableau avec les 2 écritures manquantes des fonctions suivantes :

Fonctions	Forme canonique	Forme développée	Forme factorisée
f_1	$(x - 2)^2 + 1$		
f_2		$x^2 + 6x + 5$	
f_3			$2(x + 2)(x + 3)$
f_4	$(x - 1)^2 - 3$		
f_5		$x^2 + 3x - 28$	
f_6			$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)$

Exercice 4

Soit la parabole P représentative de $f(x)$. Complète le tableau suivant puis esquisse chaque parabole.

Fonction	Intersection avec Oy	Équation de l'AS	Coordonnées du sommet	Maximum ou minimum ?	Intersections avec Ox
Ex : $f_1(x) = (x + 2)^2$	(0,4)	AS $\equiv x = -2$	S = (-2,0)	minimum	(-2,0)
$f_2(x) = (x + 1)(x - 1)$					
$f_3(x) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$					
$f_4(x) = (2 - x)(x - 1)$					
$f_5(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 1)$					
$f_6(x) = (x - 4)^2$					
$f_7(x) = -x^2 + 4$					
$f_8(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$					
$f_8(x) = -\left(\frac{1}{2} - x\right)^2$					

Exercice 5

Associe chaque graphique avec sa fonction.

Graphiques	Expressions algébrique
	<ul style="list-style-type: none"> • $-x^2 - x$ • $2x^2 + 4x - 6$ • $x^2 + 3x + 3$ • $-x^2 - 4x - 4$

Exercice 6

Détermine le graphe (l'expression algébrique) des fonctions du second degré répondants aux conditions suivantes :

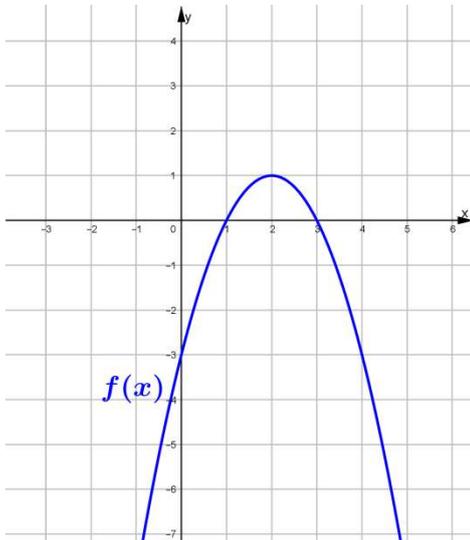
- a) $f(x)$ a le sommet se trouve en $(1,3)$ et la fonction passe par le point $(2,6)$;
- b) Les racines de $g(x)$ sont 4 et -2 et la fonction passe par le point $(2,16)$;
- c) L'ordonnée à l'origine de la fonction $h(x)$ est 5 et la fonction a son sommet en $(1, -3)$.

3) **Chapitre 3 - Les inéquations**

Exercice 1

Réponds aux questions en s'inspirant du graphique ou du tableau de signes.

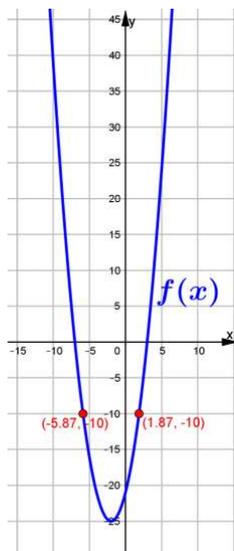
a)



	x		1		3	
$f(x) = -x^2 + 4x - 3$		-	0	+	0	-

- Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $f(x) = 0$?
- Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $f(x) < 0$?
- Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $f(x) < -3$?
- Quelles sont les coordonnées du maximum de cette fonction ?

b)



	x		-7		3	
$f(x) = x^2 + 4x - 3$		+	0	-	0	+

- Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $f(x) = 0$?
- Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $f(x) < 0$?
- Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $f(x) < -10$?
- Quelles sont les coordonnées du minimum de cette fonction ?

Exercice 2

Établis le tableau de signes des fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^2 + 18x + 77$

b) $f(x) = x^2 - 11x + 28$

c) $f(x) = x^2 + 5x - 14$

d) $f(x) = -x^2 - 5x + 14$

e) $f(x) = -2x^2 - 20x - 48$

f) $f(x) = 4x^2 + 12x + 9$

g) $f(x) = 3x^2 - 7x - 10$

h) $f(x) = -4x^2 + 16x - 16$

Exercice 3

Résous les inéquations suivantes :

a) $-3x^2 + 4x - 5 < 0$

b) $x^2 + 6x + 4 > 0$

c) $-x^2 - 6x - 4 > 0$

d) $-4x^2 + 12x - 9 \leq 0$

e) $-x^2 - x + 12 \geq 0$

f) $-x^2 - x - 6 \geq 0$

g) $x^2 + x + 6 \geq 0$

h) $3x^2 + 3x - 18 < 0$

Exercice 4

Résous les inéquations suivantes :

a) $\frac{x-2}{3x+4} < 0$

b) $(2x + 3)(x + 1) < (x - 5)(x + 1)$

c) $\frac{-3}{x^2+2x} \geq 0$

d) $\frac{x^2+x+4}{x^2-4} < 1$

e) $\frac{x+2}{x+3} \leq \frac{x+4}{x+5}$

f) $\frac{5x^2-4x-1}{-2x^2+x-1} \geq 2$

g) $\frac{1-5x}{2} + \frac{10-10x}{5} \geq 1$

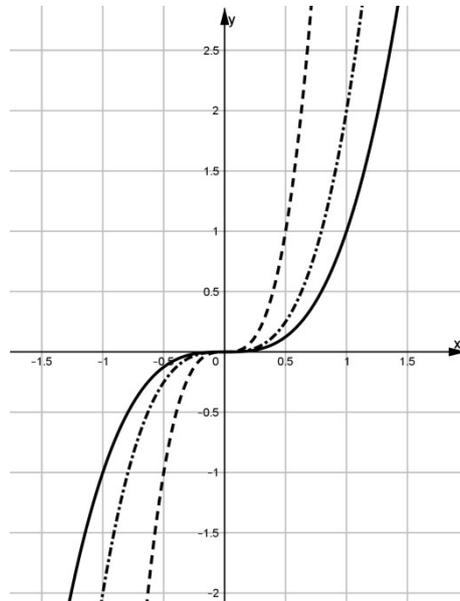
h) $\frac{5}{5x+1} + \frac{x}{5x-1} \leq \frac{1}{25x^2-1}$

i) $\frac{x}{2-x} < \frac{2x+10}{x^2+3x-10}$

III) 4UAA4 Fonctions de référence

Exercice 1

Soient les graphiques suivants :



- a) Repasse en rouge le graphique de la fonction f_2 telle que $f_2(x) = 2x^3$.
b) Complète le tableau suivant :

x	$f_1(x) = x^3$	$f_2(x) = 2x^3$
1		
0		
-1		

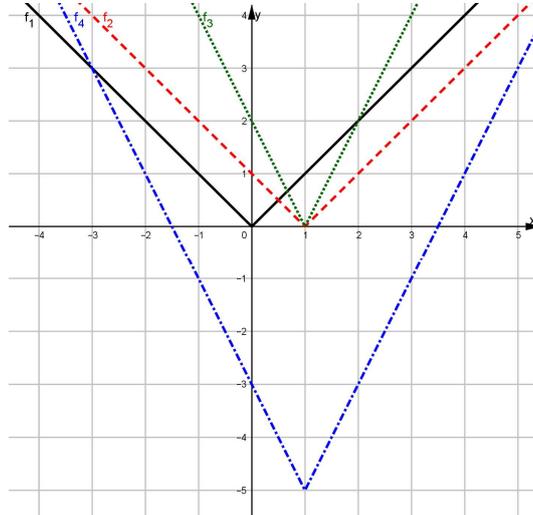
- c) Quelle est la transformation qui envoie le graphique de f_1 vers celui de f_2 ?
d) Repasse en vert le graphique de la fonction f_3 telle que $f_3(x) = (2x)^3$.
e) Complète le tableau suivant :

x	$f_1(x) = x^3$	$f_3(x) = (2x)^3$
1		
0		
-1		

- f) Quelle est la transformation qui envoie le graphique de f_1 vers celui de f_3 ?

Exercice 2

a) Donne l'expression analytique de chacune de ces fonctions :

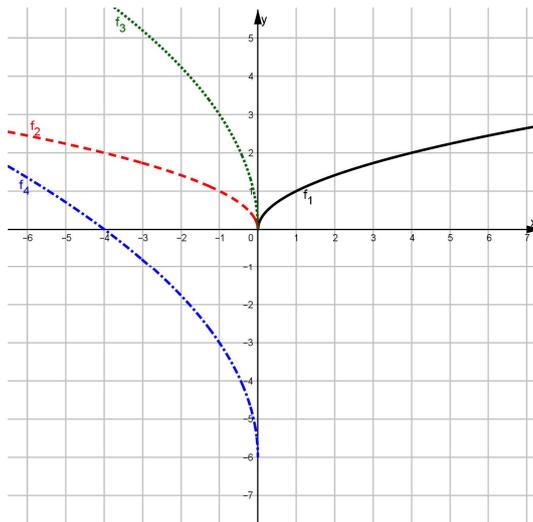


b) Indique la transformation de :

- a) f_1 sur f_2
- b) f_2 sur f_3
- c) f_3 sur f_4

Exercice 3

a) Donne l'expression analytique de chacune de ces fonctions :



b) Indique la transformation de :

- a) f_1 sur f_2
- b) f_2 sur f_3
- c) f_3 sur f_4

Exercice 4

À partir de la fonction d'une fonction de référence, trace les fonctions suivantes :

a) $f_1(x) = (x - 1)^3 + 2$ b) $f_2(x) = \frac{1}{x+3} + 1$	c) $f_3(x) = x + 4 - 2$ d) $f_4(x) = \sqrt{x - 2} + 3$
--	---

Exercice 5

Détermine le domaine de définition et les éventuelles intersections avec les axes des fonctions suivantes :

a) $f_1(x) = \frac{16x^2 - 2x + 8}{x^2 + 5x + 6}$ b) $f_2(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 10}$ c) $f_3(x) = \frac{x+6}{x^3+5x}$ d) $f_4(x) = \sqrt{4x - x^3}$	e) $f_5(x) = \sqrt{3x - 2}$ f) $f_6(x) = \frac{8x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 6}$ g) $f_7(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 18}$ h) $f_8(x) = \frac{4x^2 - 5x + 15}{x^3 + 6x}$	i) $f_9(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - x^3}}$ j) $f_{10}(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{5x-1}}$ k) $f_{11}(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{\sqrt{2x - 1}}$ l) $f_{12}(x) = \frac{x^2 + x - 1}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1}}$
--	--	---