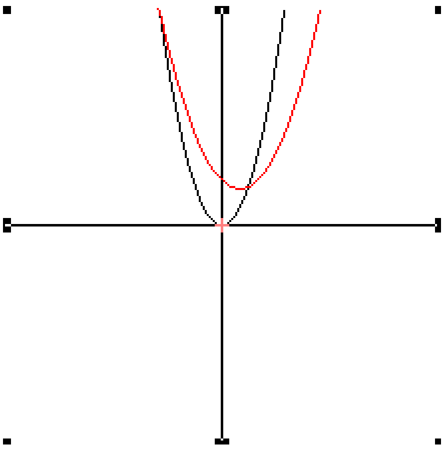
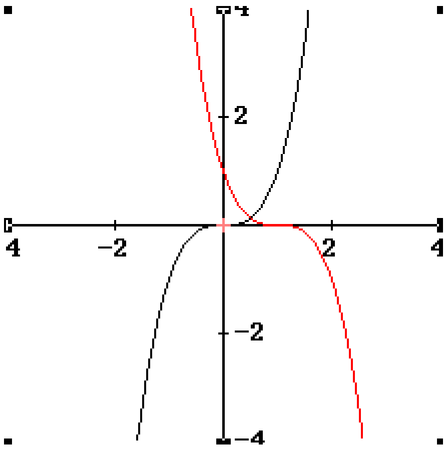
Corrections des exercices de révisions

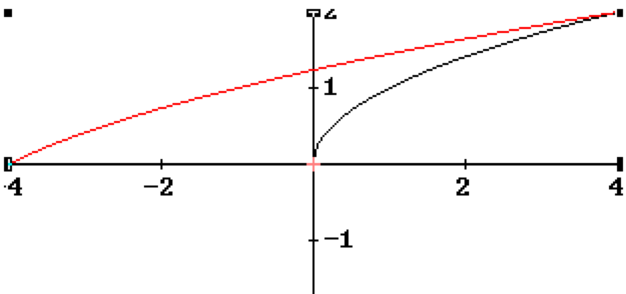
Exercices d'exécution

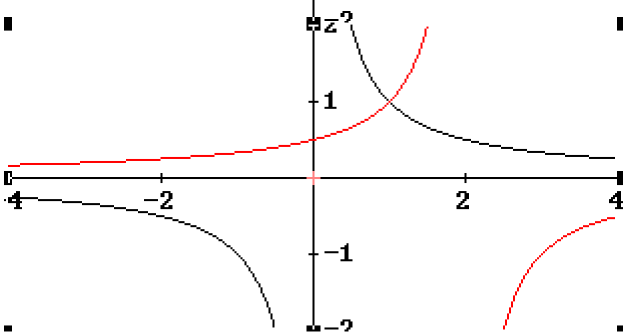
5ème 6h

1. **Schématisation** de la fonction de base et $f_i(x)$









explications :

f_1 : translater de 1 vers la droite, puis élargir et translater de 2 vers le haut
f_2 : = -(x - 1)³ : translater de 1 vers la droite puis symétrie par rapport à OX

f_3 : translater de 5 vers la gauche et de 1 vers le bas
f_4 : = -1/(x – 2) : translater de 2 vers la droite et symétrie par rapport à OX

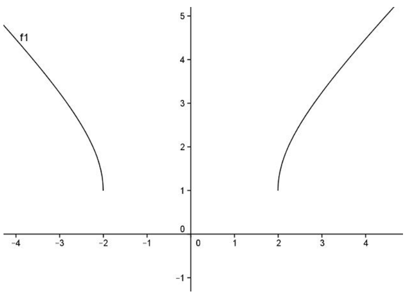
2. Donner le minimum de f_1, la concavité et le point d'inflexion de f_2, le domaine de f_3, l'image de f_3, les équations des asymptotes de f_4

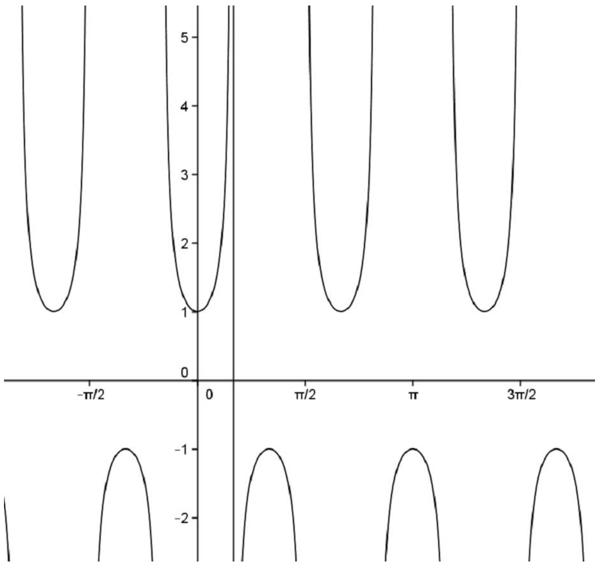
   min de f_1 (1,2)
   conc vers le haut (U) sur]- ∞,1[et conc vers le bas (∩) sur]1,+∞[P.I. (0,1)
   D = [-5,+infini[
   I = [-1,+ infini[
   A.V.≡ x = 2   A.H.≡ y = -1

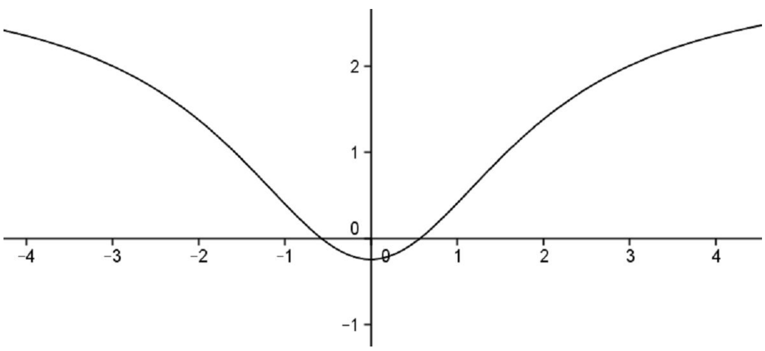
3. Domaines
   D = R \ {-3/2,1} ; D = R \ {0} ; D = R \ {-9/5} ; D =]- ∞ , 8/3]
   D = [1 , 4

4. Parités :
   $\frac{\sin x}{5x^2}$; $\frac{2x^4+3}{5x^2}$; $\frac{-1}{(5x-2)^2}$
   impaire (sym par rapport à O) ; paire (sym par rapport à OY) ; ni p ni imp

5.







Ces trois fonctions sont paires

Df1 =]-∞,-2] U [2,+∞[	I = [1 , +∞[	
Df2 = R/{π/6 + kπ/3}	I =]-∞,-1] U [1,+∞[	A.V ≡ x = π/6 + kπ/3
Df3 = R	I = [-1/4,3]	A.H. ≡ y = 3

D'après graphique, donner les limites suivantes et la définition correspondante

$\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to\pi/6\pm} f_2(x) = \mp\infty \qquad \lim\limits_{x\to-\infty} f_3(x) = 3^-$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f_1(x) = +\infty \text{ ssi } \forall\varepsilon > 0, \exists\eta(\varepsilon) > 0 \textit{ tel que } \forall x \in D, x > \eta \Rightarrow f_1(x) > \varepsilon}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\frac{\pi}{6}+} f_2(x) = -\infty \text{ ssi } \forall\varepsilon > 0, \exists\eta(\varepsilon) > 0 \textit{ tel que } \forall x \in D, 0 < x - \frac{\pi}{6} < \eta \Rightarrow f_2(x) < -\varepsilon}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\frac{\pi}{6}-} f_2(x) = +\infty \text{ ssi } \forall\varepsilon > 0, \exists\eta(\varepsilon) > 0 \textit{ tel que } \forall x \in D, 0 < \frac{\pi}{6} - x < \eta \Rightarrow f_2(x) > \varepsilon}$$

$$\boxed{\lim_{x\to-\infty} f_3(x) = 3^- \text{ ssi } \forall\varepsilon > 0, \exists\eta(\varepsilon) > 0 \textit{ tel que } \forall x \in D, x < -\eta \Rightarrow 3 - f_3(x) < \varepsilon}$$

6.

$$r = \frac{\frac{5}{8} - \frac{3}{7}}{4} = \frac{11}{224}$$

$$t_9 = \frac{3}{7} + 8\frac{11}{224} = \frac{23}{28}$$

$$S_6 = \frac{741}{224}$$

7.

$$r = \frac{\frac{3}{14}}{\frac{3}{7}} = \frac{1}{2}$$

$$t_4 = \frac{3}{56}$$

$$S_4 = \frac{\frac{3}{7}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 1\right)}{\frac{-1}{2}} = \frac{45}{56}$$

$$P_5 = \frac{243}{17210368}$$

8. $\forall \varepsilon > 0, \exists \eta(\varepsilon) telque \forall n > \eta, on\ a\ |s_n - 2| < \varepsilon$

$|s_n - 2| < \varepsilon$

$2 - s_n < \varepsilon$

$2 - \frac{6n}{3n+1} < \varepsilon$

$\frac{6n+2-6n}{3n+1} < \varepsilon$

$\frac{2}{3n+1} < \varepsilon$

$\frac{3n+1}{2} > \frac{1}{\varepsilon}$

$3n > \frac{2}{\varepsilon} - 1$

$n > \frac{2}{3\varepsilon} - \frac{1}{3}$

$\eta(\varepsilon) = \frac{2}{3\varepsilon} - \frac{1}{3}$

ex : si $\varepsilon = \frac{1}{300}$ $alors\ \eta(\varepsilon) = \frac{599}{3} \cong 199$

A partir du 200 ème terme, $s_n \in [2 - \frac{1}{300}, 2]$

9. $\forall \varepsilon > 0, \exists \eta(\varepsilon) telque \forall n > \eta, on\ a\ s_n > \varepsilon$

$s_n > \varepsilon$

$\frac{n^2}{n-2} > \varepsilon$

$\frac{n^2-4}{n-2} + \frac{4}{n-2} > \varepsilon$

$n + 2 + \frac{4}{n-2} > \varepsilon$

il suffit de prendre $\eta(\varepsilon) = \varepsilon - 2$ car alors :

$si\ \ n > \eta\ cad\ n > \varepsilon - 2, alors\ n + 2 > \varepsilon$

$et\ comme\ n + 2 + \frac{4}{n-2} > n + 2\ (rem : n \geq 2)\ on\ aura\ n + 2 + \frac{4}{n-2} > \varepsilon$

$et\ de\ là\ s_n > \varepsilon$

ex : si $\varepsilon = 10.000\ alors\ \eta(\varepsilon) = 9.998$

A partir du 9.999ème terme, $s_n > 10.000$

10. Ecrire sous forme de fraction en justifiant : 5,232323…..

$$5{,}232323... = 5 + 23\sum_{i=1} \frac{1}{(100)^i} = 5 + 23.\frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = 5 + 23.\frac{1}{99} = \frac{518}{99}$$

11. Calculer les limites et schématiser les courbes autour des asymptotes éventuelles obtenues par ces limites

$$\lim_{x\to 0} \frac{5x-6}{-x^4} = \frac{-6}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 1-} \frac{\cos 6\pi/7}{\sqrt{1-x}} = -\infty$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{5}{(3-x)^3} = 0\mp$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} 3x^6 - 5x^2 - 8 = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x-2}{-4x^2+3x+2} = 0^+$$

Modifier le terme « x » pour avoir une limite égale à

1,25 « x » devient « -5x² »

+∞ « x » devient par exemple « ax^n » avec a >0 et n impair ou a<0 et n pair

12.

13. Détermine la composée de f(x) = x² - 4 avec g(x) = 2 $x^{0,5}$ – 1

f(x) = g(f(x)) = 2 $(x^2 - 4)^{0,5}$ -1