h) Exercices variés de niveau supérieur (voir réponses sur site)

1) Trois chevaux A,B,C participent à une course. A a deux fois plus de chances que B de gagner et B a deux fois plus de chances que C. Calculer la probabilité que le gagnant soit :1° le cheval A 2° le cheval B 3° le cheval C

2) On donne trois urnes :
A : qui contient 3 billes rouges et 5 billes noires
B : qui contient 2 bille rouges et 1 bille noire
C : qui contient 2 billes rouges et 3 billes noires
On prend une urne au hasard et on tire une bille. Quelle est la probabilité que

a) la bille tirée soit rouge
b) la bille soit tirée dans A si c'est une rouge

3) Une boîte A contient 9 cartes numérotées de 1 à 9 et une boîte B contient 5 cartes numérotées de 1 à 5. On choisit une boîte au hasard et dans cette boîte, on tire une carte. Si le numéro est pair, calculer la probabilité que la carte ait été tirée dans A

4) Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules blanches. On tire une boule de l'urne et on la remplace par une boule de couleur différente. On tire une seconde boule.

a) Calculer la probabilité que cette seconde boule soit rouge
b) Si elles ont la même couleur, quelle est la prob. qu'elles soient blanches

5) On considère deux urnes:
A : 3 ballons rouges et 2 ballons noirs B : 2 ballons rouges et 5 ballons noirs
On choisit une urne au hasard, on en tire un ballon et on le replace dans l'autre urne. On en tire un ballon. Calculer la probabilité que les deux ballons tirés soient de la même couleur.

6) Une boîte A contient 8 pièces dont 3 défectueuses et une boîte B contient 5 pièces dont 2 défectueuses.
On tire une pièce dans chaque boîte. Calculer la probabilité que
a) les deux pièces soient défectueuses
b) une seule soit défectueuse
c) s'il y a une défectueuse, elle provienne de la boîte A

7) Six couples mariés sont dans la même pièce. On choisit deux personnes au hasard. Calculer la probabilité que
a) ces deux personnes soient mariées ensemble
b) l'une soit un homme et l'autre une femme

8) Sylvain, Julien et Nicolas se rendent au restaurant et déposent chacun leur casquette au vestiaire. En sortant, la préposée tend les casquettes aux trois garçons. Quelle est la probabilité que
a) les trois garçons reçoivent leur propre casquette
b) aucun n'ait la sienne
c) que seul Sylvain ait la sienne
d) que deux seulement aient leur propre casquette
e) deux au moins aient leur casquette

9) Cinq personnes choisissent sans se consulter un jour de la semaine pour prendre congé (du lundi au samedi inclus). Quelle est la probabilité que deux personnes au moins choisissent le même jour ?

10) Quelle est la probabilité que parmi 10 personnes nées en 1983, deux au moins soient nées le même jour ?

1) Trois chevaux A,B,C participent à une course. A a deux fois plus de chances que B de gagner et B a deux fois plus de chances que C. Calculer la probabilité que le gagnant soit :1° le cheval A 2° le cheval B 3° le cheval C

INFO

$P(C) = p$ $P(B) = 2p$ $P(A) = 4p$

$P(A \text{ ou } B \text{ ou } C) = 7p$ d'où $p = 1/7$

$P(A) = 4/7$

$P(B) = 2/7$

$P(C) = 1/7$

2) On donne trois urnes :
A : qui contient 3 billes rouges et 5 billes noires
B : qui contient 2 billes rouges et 1 bille noire
C : qui contient 2 billes rouges et 3 billes noires
On prend une urne au hasard et on tire une bille. Quelle est la probabilité que

a) la bille tirée soit rouge
b) la bille soit tirée dans A si c'est une rouge

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B|A) \text{ ou } P(B).P(A|B)}$$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

On choisit l'urne A ou l'urne B ou l'urne C

a) P(R/AUBUC) = P(A). P(R/A) + P(B).P(R/B) + P(C). P(R/C) =

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8} + \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5} = \frac{173}{360}$$

b) P(A/R)=

$$\frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A).P(R/A)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}}{\frac{173}{360}} = \frac{45}{173}$$

3) Une boîte A contient 9 cartes numérotées de 1 à 9 et une boîte B contient 5 cartes numérotées de 1 à 5. On choisit une boîte au hasard et dans cette boîte, on tire une carte. Si le numéro est pair, calculer la probabilité que la carte ait été tirée dans A

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B|A) \text{ ou } P(B).P(A|B)}$$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

P(A/pair)=

$$P\left(A / \text{pair}\right) = \frac{P(A \cap \text{pair})}{P(\text{pair})} = \frac{P(A).P(\text{pair}/A)}{P(\text{pair})} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}}{?}$$

$$P(\text{pair}) = P(A)P(\text{pair}/A) + P(B)P(\text{pair}/B)$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} = \frac{19}{45}$$

$$= \frac{\frac{2}{9}}{\frac{19}{45}} = \frac{10}{19}$$

4) Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules blanches. On tire une boule de l'urne et on la remplace par une boule de couleur différente. On tire une seconde boule.

a) Calculer la probabilité que cette seconde boule soit rouge

b) Si elles ont la même couleur, quelle est la prob. qu'elles soient blanches

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$$

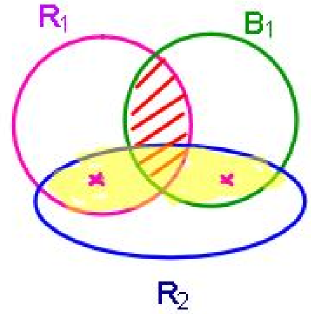
$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B|A) \text{ ou } P(B).P(A|B)}$$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

a) P(2ème soit R)

la 1ère est R ou B

$$P\left(R_2 / R_1 \text{ou} B_1\right) = \frac{P(R_2 \cap (R_1 \cup B_1))}{P(R_1 \cup B_1)} = \frac{P(R_2 \cap R_1) \cup (R_2 \cap B_1)}{P(R_1 \cup B_1)}$$



$$\frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{3}{10} + \frac{7}{10}} = \frac{34}{100}$$

b) $P(B_1B_2 / B_1B_2 \text{ ou } R_1R_2)$

$$\frac{\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10}} = \frac{42}{48} = \frac{7}{8}$$

5) On considère deux urnes:

A : 3 ballons rouges et 2 ballons noirs B : 2 ballons rouges et 5 ballons noirs

On choisit une urne au hasard, on en tire un ballon et on le replace dans l'autre urne. On en tire un ballon. Calculer la probabilité que les deux ballons tirés soient de la même couleur.

$\boxed{P(A\cap B)=P(A).P(B)}$

$\boxed{P(A\cap B)=P(A).P(B|A)\text{ ou }P(B).P(A|B)}$

$\boxed{P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}}$

Si on tire d'abord dans l'urne A

$$P\left(R_1R_2\text{ou}N_1N_2\ /\ A\right)=\frac{P((R_1R_2\text{ou}N_1N_2)\cap A)}{P(A)}$$

$$=\frac{P((R_1R_2\cap A)+P(N_1N_2\cap A)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{6}{8}}{\frac{1}{2}}=\frac{21}{40}$$

Si on tire d'abord dans l'urne B

$$P\left(R_1R_2\text{ou}N_1N_2\ /\ B\right)=\frac{P((R_1R_2\text{ou}N_1N_2)\cap B)}{P(A)}$$

$$=\frac{P((R_1R_2\cap B)+P(N_1N_2\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{23}{42}$$

$$P\left(R_1R_2\text{ou}N_1N_2\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{21}{40}+\frac{1}{2}\cdot\frac{23}{42}=\frac{901}{1680}$$

6) Une boîte A contient 8 pièces dont 3 défectueuses et une boîte B contient 5 pièces dont 2 défectueuses.
On tire une pièce dans chaque boîte. Calculer la probabilité que
a) les deux pièces soient défectueuses
b) une seule soit défectueuse
c) s'il y a une défectueuse, elle provienne de la boîte A

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$$

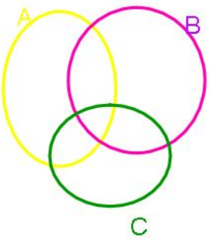
$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B|A) \text{ ou } P(B).P(A|B)}$$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$$P\left(D_A D_B\right) = \frac{3}{8}\cdot\frac{2}{5} = \frac{3}{20}$$

$$P\left(D_A \mathrm{nD}_B \mathrm{ou}\ n\, D_A D_2\right) = \frac{3}{8}\cdot\frac{3}{5} + \frac{5}{8}\cdot\frac{2}{5} = \frac{19}{40}$$

$$P\left(A \,/\, D_A \mathrm{nD}_B \mathrm{ou}\ n\, D_A D_B\right) = \frac{\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{5} + \frac{5}{8}\cdot\frac{2}{5}} = \frac{\frac{9}{40}}{\frac{19}{40}} = \frac{9}{19}$$



$$P(A \cap (B \cup C)) = P((A \cap B) \cup (A \cap C))$$
$$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

7) Six couples mariés sont dans la même pièce. On choisit deux personnes au hasard. Calculer la probabilité que
a) ces deux personnes soient mariées ensemble
b) l'une soit un homme et l'autre une femme

h1	f1
h2	f2
h3	f3
h4	f4
h5	f5
h6	f6

a) $$\frac{\frac{C_{12}^1 C_1^1}{2}}{C_{12}^2} = \frac{\frac{12.1}{2}}{\frac{12.11}{2}} = \frac{1}{11}$$

b) $$\frac{C_6^1 . C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{6.6}{\frac{12.11}{2}} = \frac{6}{11}$$

8) Sylvain, Julien et Nicolas se rendent au restaurant et déposent chacun leur casquette au vestiaire. En sortant, la préposée tend les casquettes aux trois garçons. Quelle est la probabilité que

a) les trois garçons reçoivent leur propre casquette
b) aucun n'ait la sienne
c) que seul Sylvain ait la sienne
d) que deux seulement aient leur propre casquette
e) deux au moins aient leur casquette

S	J	N
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

$\#\Omega = P_3 = 3! = 6$

a) 1/6
b) 2/6=1/3
c) 1/6
d) 0
e) 1/6

9) Cinq personnes choisissent sans se consulter un jour de la semaine pour prendre congé (du lundi au samedi inclus). Quelle est la probabilité que deux personnes au moins choisissent le même jour ?

A	B	C	D	E
6/6	5/6	4/6	3/6	2/6

P(2 personnes au moins choisissent le même jour) = 1 - P(toutes ont un jour différent)
= 1 - (5/6.4/6.3/6.2/6) = 91%

10) Quelle est la probabilité que parmi 10 personnes nées en 1983, deux au moins soient nées le même jour ?

E : au moins 2 personnes nées le même jour
Non E : toutes nées un jour différent

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
365/365	364/365	363/365	...						

$$P = 1 - \frac{1}{365^{10}}\left(365.364.363.....356\right)$$

$$= 1 - \frac{365!}{365^{10}355!} = 11,69\%$$