

GEOMETRIE ANALYTIQUE DE L'ESPACE

Equations de droites et de plans

Prérequis : connaître les formules sur les équations de droites et de plans (param. et cartés.) ainsi que les propriétés de parallélisme et de perpendicularité.

Solutions des exercices récapitulatifs

1) Soient A(1,12,3) B(-1,10,1)

$$a) \quad d \equiv \begin{cases} x = 1 + l \\ y = 12 + l \\ z = 3 + l \end{cases}$$

b) (10,21,12)

c) non

2) Soient A(2,-5,4) B(-1,-2,-7)

$$a) \quad d \equiv \frac{x-2}{-3} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{-11}$$

b) $(-9, 6, -\frac{109}{3})$

c) $(\frac{19}{11}, \frac{-52}{11}, 3)$

d) $a \equiv 21x - y - 6z - 23 = 0$

3) Soient A(-1,-2,7) B(-1,0,4) C(2,1,-5)

$$a) \quad a \equiv \begin{cases} x = -1 + 3m \\ y = -2 + 2l + 3m \\ z = 7 - 3l - 12m \end{cases}$$

b) $(10, \frac{-53}{3}, 3)$

c) $(0, 0, \frac{3}{2})$

d) non

4) Soient A(12,-5,4) B(-1,-2,17) C(4,-2,-8)

a) $a \equiv -15x + 52y - 3z - 68 = 0$

b) $(\frac{238}{15}, 6, 2)$

c) $(-\frac{68}{15}, 0, 0)$

d) $b \equiv -15x + 52y - 3z + 52 = 0$

$$5) \quad d \equiv \frac{2x-2}{3} = \frac{3y-15}{4} = -z-6$$

6)

$$// OX : d \equiv \begin{cases} y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$// OY : d \equiv \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$// OZ : d \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

7)

a) $a = -3$ et $b = 11$

b) $a = \frac{1}{3}$ et $b = -\frac{4}{9}$

c) $a = \frac{1}{19}$ et $b = \frac{7}{19}$

8) $a = -2,5$

9)

$$d_1 \cap d_2 = \left\{ \left(1, -\frac{3}{2}, 4 \right) \right\}$$

$$d \equiv \frac{x-1}{2} = -y - \frac{3}{2} = \frac{z-4}{5}$$

10) $\cos = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d'où l'angle vaut 30°

11) $a \equiv ax + by + cz + d = 0$

il existe une infinité de plans

exemple : $a \equiv 8x + 8y - 5z = 0$

Votre plan convient ssi le produit scalaire $\vec{u}(a, b, c) \cdot \vec{v}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ vaut 0

12)

$$S \equiv (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$$

$$d \equiv \begin{cases} x = \frac{1}{2} l \\ y = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} l \\ z = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} l \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{2}l - 1\right)^2 + \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3}l - 2\right)^2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}l - 3\right)^2 = 4$$

$$133l^2 - 770l + 1568 = 0$$

$$\Delta < 0 \text{ d'où}$$

pas d'intersection entre d et S

13)

$$d_1 \cap a_1 = \{(1,1,2)\}$$

$$d_2 \cap a_2 = \{ \} \quad d_2 // a_2$$

$$d_3 \cap a_3 = d_3 \quad d_3 \subset a_3$$

$$d_4 \cap a_4 = \{(1,2,3)\}$$

$$d_5 \cap a_5 = d_5 \quad d_5 \subset a_5$$

$$d_6 \cap a_6 = \left\{ \left(\frac{13}{5}, \frac{-1}{5}, \frac{-4}{5} \right) \right\}$$