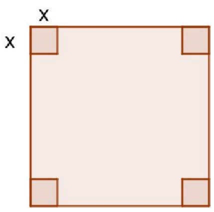
Correction du contrôle sur les extrema

Aux quatre coins d'un carré donné, on découpe quatre carrés identiques. Par pliage, on obtient ainsi une boîte sans couvercle. Déterminer le côté des carrés découpés pour que le volume de la boîte soit maximum

Soit un carré donné de côté « a ».et « x » la longueur du côté des carrés que l'on découpe.
Par pliage, on obtient un parallélépipède à base carrée de hauteur « x »
Le volume est donné par V = L . l . h avec L = l = a – 2x
d'où f(x) = (a – 2x)² x
f'(x) = 2 (a – 2x) (-2) x + (a – 2x)² = (a – 2x) (a – 6x)

x		a/6		a/2	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗	max	↘	min	↗

Le volume sera maximum si on découpe des carrés dont le coté vaut le sixième de la longueur du côté du carré initial.



On donne un losange dont le périmètre est de 20 cm. Quelles sont les longueurs de ses diagonales pour que son aire soit maximale ?

Côté du losange = 5cm
Aire du losange = (D .d)/2
Soit « x » : la grande diagonale

Par Pythagore, on obtient $\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 25$ ou $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 25$

ce qui donne :

$d = \sqrt{100 - x^2}$ CE $x \in \left]0{,}10\right]$

$$f(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{100 - x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{100 - x^2} + \frac{-2x^2}{2\sqrt{100 - x^2}}\right) = \frac{100 - x^2 - x^2}{2\sqrt{100 - x^2}} = \frac{100 - 2x^2}{2\sqrt{100 - x^2}}$$

x	(0)		$5\sqrt{2}$		10	
f'(x)	////	+	0	-	/	//////
f(x)		↗	max	↘		

L'aire sera maximum si D = $5\sqrt{2}$ et $d = \sqrt{100 - 50} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Le losange est donc un carré