# ALGEBRE : Notions fondamentales

## Exercices supplémentaires en correction du contrôle (2012-2013)

## SOLUTIONS

1) **Compléter** $4x^7 - 5 = 6(\frac{2}{3}x^7 - \frac{5}{6})$

2) **Compléter par « = ; =- ou ≠ »**
   $(5x - 1)^6 (1 - 3x)^4 = (1 - 5x)^6 (3x - 1)^4$
   $(x^2 - 4)^3 (x^2 - 1)^2 =- (4 - x^2)^3 (1 - x^2)^2$
   $(x^2 + 4)^2 =.(-x^2 - 4)^2$

3) **Distribuer** $2x^5 (3x^2 - 1)(2 - 3x^4) = -18x^{11} + 6x^9 + 12x^7 - 4x^5$

4) **Calculer** :
   a) $(5x^3 - 3)^2 - (x + 2)^3$
   $= 25x^6 - 30x^3 + 9 - (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) = 25x^6 - 31x^3 - 6x^2 - 12x + 1$
   b) $\left(\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{9}x^4 + 4x^2 + \frac{1}{16} - \frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{12}x^2 - \frac{4}{4}x$
   $= \frac{x^4}{9} - \frac{4x^3}{3} + \frac{25x^2}{6} - x + \frac{1}{16}$
   c) $(0{,}5x^3 - 2)(2 + 0{,}5x^3) - (3x + 1)(-3x - 1)$
   $= (0{,}5x^3 - 2)(0{,}5x^3 + 2) + (3x + 1)(3x + 1)$
   $= 0.25\,x^6 - 4 + (3x + 1)^2$
   $= 0{,}25\,x^6 - 4 + 9x^2 + 6x + 1 = 0{,}25\,x^6 + 9x^2 + 6x - 3$
   d) $(x^2 - 5)^3 - (5x + 1)^2 = (x^6 - 15x^4 + 75x^2 - 125) - (25x^2 + 10x + 1)$
   $= x^6 - 15x^4 + 50x^2 - 10x - 126$
   e) $\left(\frac{3}{2}x^2 + x - \frac{1}{7}\right)^2 = \frac{9}{4}x^4 + x^2 + \frac{1}{49} + 3x^3 - \frac{3}{7}x^2 - \frac{2}{7}x$
   $= \frac{9}{4}x^4 + \frac{1}{49} + 3x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x$
   f) $(1 - 3x)(-1 + 3x) - (0{,}3x^4 - 2)(2 + 0{,}3x^4)$
   $= -(1 - 3x)(1 - 3x) + (2 - 0{,}3x^4)(2 + 0{,}3x^4)$
   $= -(1 - 3x)^2 + (4 - 0{,}09x^8)$
   $= -(1 - 6x + 9x^2) + 4 - 0{,}09x^8 = -0{,}09x^8 - 9x^2 + 6x + 3$

5) **Compléter pour avoir un produit remarquable (somme ou différence de 2 cubes) et calculer**

   a) $(3x^2 - 4)(9x^4 + 12x^2 + 16) = 27x^6 - 64$

   b) $(5x^3 + 2)(25x^6 - 10x^3 + 4) = 125x^9 + 8$.

6) **Effectue la division écrite** $(3x^5 - 2x^3 - 8x + 1) : (3x^2 - 4)$

$$
\begin{array}{l|l}
3x^5 + 0x^4 - 2x^3 + 0x^2 - 8x + 1 & 3x^2 - 4 \\
-3x^5 \qquad + 4x^3 & \overline{x^3 + 2/3\, x} \\
\hline
\qquad 2x^3 + 0x^2 - 8x + 1 & \\
\qquad -2x^3 \qquad + 8/3\, x & \\
\hline
\qquad\qquad -16/3\, x + 1 &
\end{array}
$$

7) **Calculer la valeur de « m » pour que la division de p(x) par d(x)soit exacte**
$p(x) = 4x^4 - 3x^2 + 5mx - 10$ ; $d(x) = x + 3$
**Remplacer « m » par la valeur trouvée et calculer le quotient.**
**Ensuite, factoriser p(x)**

p(-3) = 0 **ssi** $324 - 27 - 15m - 10 = 0$
$-15m = -287$
$m = \dfrac{287}{15}$

**p(x) s'écrit :** $4x^4 - 3x^2 + \dfrac{287}{3}x - 10$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 0 | -3 | 287/3 | -10 |
| -3 | | -12 | 36 | -99 | 10 |
| | 4 | -12 | 33 | -10/3 | 0 |

$$q(x) = 4x^3 - 12x^2 + 33x - \frac{10}{3}$$

$$p(x) = (x+3)(4x^3 - 12x^2 + 33x - \frac{10}{3})$$

8) **Calculer par la méthode des coefficients indéterminés**
$(6x^4 - 5x^3 + 2x - 7) : (2x^2 + 5)$

q(x) est de degré (4 – 2) = 2 d'où $q(x) = ax^2 + bx + c$
r(x) est de degré < 2 d'où $r(x) = dx + e$

$$\frac{6x^4 - 5x^3 + 2x - 7}{2x^2 + 5} = ax^2 + bx + c + \frac{dx + e}{2x^2 + 5} = \frac{(ax^2 + bx + c)(2x^2 + 5) + dx + e}{2x^2 + 5}$$

$$= \frac{2ax^4 + 2bx^3 + (5a + 2c)x^2 + (5b + d)x + 5c + e}{2x^2 + 5}$$

d'où on obtient :

| | |
|---|---|
| 6 = 2a | a = 3 |
| -5 = 2b | b = -5/2 |
| 0 = 5a + 2c | c = -15/2 |
| 2 = 5b + d | d =29/2 |
| -7 = 5c + e | e = 61/2 |

$$\frac{6x^4 - 5x^3 + 2x - 7}{2x^2 + 5} = 3x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{15}{2} + \frac{\frac{29}{2}x + \frac{61}{2}}{2x^2 + 5}$$