ALGEBRE : Notions fondamentales

Exercices supplémentaires résolus (bis)

1) Calculer par la méthode des coefficients indéterminés

a) $(7x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 7) : (2x^2 - 5)$

q(x) est de degré (4 – 2) = 2 d'où q(x) = $ax^2 + bx + c$
r(x) est de degré < 2 d'où r(x) = dx + e

$$\frac{7x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 7}{2x^2 - 5} = ax^2 + bx + c + \frac{dx + e}{2x^2 - 5} = \frac{(ax^2 + bx + c)(2x^2 - 5) + dx + e}{2x^2 - 5}$$

$$= \frac{2ax^4 + 2bx^3 + (-5a + 2c)x^2 + (-5b + d)x - 5c + e}{2x^2 - 5}$$

d'où on obtient :

7 = 2a	a = 7/2
-4 = 2b	b = -2
2 = -5a + 2c	c = 39/4
0 = -5b + d	d =-10
-7 = -5c + e	e = 167/4

$$\frac{7x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 7}{2x^2 - 5} = \frac{7}{2}x^2 - 2x + \frac{39}{4} + \frac{-10x + \frac{167}{4}}{2x^2 - 5}$$

b) $(6x^5 - 2x^3 + 2x^2 - 1) : (x^3 - 2)$

q(x) est de degré (5 – 3) = 2 d'où q(x) = $ax^2 + bx + c$
r(x) est de degré < 3 d'où r(x) = $dx^2 + ex + f$

$$\frac{6x^5 - 2x^3 + 2x^2 - 1}{x^3 - 2} = ax^2 + bx + c + \frac{dx^2 + ex + f}{x^3 - 2} = \frac{(ax^2 + bx + c)(x^3 - 2) + dx^2 + ex + f}{x^3 - 2}$$

$$= \frac{ax^5 + bx^4 + cx^3 + (-2a + d)x^2 + (-2b + e)x - 2c + f}{x^3 - 2}$$

d'où on obtient :

6=a	
0=b	
-2 = c	d =14
2 = -2a + d	e = 0
0 = -2b + e	f = -5

-1 = -2c + f

$$\frac{6x5 - 2x^3 + 2x^2 - 1}{x^3 - 2} = 6x^2 - 2 + \frac{14x^2 - 5}{x^3 - 2}$$

2) Calculer en utilisant les produits remarquables

a) $(3x^3 - 5)(5 - 3x^3) + (4 - x^2)(x^2 + 4) - (3x - 4)^3$

$= -(3x^3 - 5)^2 + (4 - x^2)(4 + x^2) - (3x - 4)^3$
$= -(6x^6 - 30x^3 + 25) + (16 - x^2) - (27x^3 - 108x^2 + 144x - 64)$
$= -6x^6 - 57x^3 + 107x^2 - 144x + 105$

b) $(2x^3 + x - 4)^2 + (3x + 1)(-3x - 1)$

$= 4x^6 + x^2 + 16 + 4x^4 - 16x^3 - 8x - (3x + 1)^2$
$= 4x^6 + x^2 + 16 + 4x^4 - 16x^3 - 8x - 9x^2 - 6x - 1$
$= 4x^6 + 4x^4 - 16x^3 - 8x^2 - 14x + 15$