

Correction du contrôle sur les équations du second degré (exploitation des acquis)

Série N°1

1) Résoudre $\frac{2x-3}{5-x} - \frac{1-x}{2x+1} = \frac{23-4x^2}{2x^2-9x-5}$

1° on factorise les dénominateurs

$$2x^2 - 9x - 5 = 2(x + \frac{1}{2})(x - 5) = (2x + 1)(x - 5) \text{ (par delta)}$$

2° on impose les conditions d'existence

$$x \neq 5 \text{ et } x \neq -1/2$$

3° on réduit au même dénominateur

$$\text{rem : } 5 - x = -(x - 5) !$$

$$-(2x - 3)(2x + 1) - (1 - x)(x - 5) = 23 - 4x^2$$

4° on résout l'équation

$$-4x^2 - 2x + 6x + 3 - x + 5 + x^2 - 5x - 23 + 4x^2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\text{par delta, on a : } x = -3 \text{ et } x = 5 \text{ (à rejeter vu C.E.)}$$

5° on note l'ensemble des solutions

$$S = \{-3\}$$

- 2) Rechercher une équation du second degré dont la somme des racines vaut $4a$ et dont le produit vaut $3a^2$. Spécifier la valeur des racines

$$S = 4a \quad P = 3a^2$$

une équation du second degré peut s'écrire $x^2 - Sx + P = 0$

$$\text{ici : } x^2 - 4a + 3a^2 = 0$$

racines : $3a$ et a

- 3) Rechercher une condition sur le réel k pour que l'équation $2x^2 + 8x - 3k = 0$ admette deux solutions distinctes. Trouver ensuite la valeur de k pour que ces solutions soient inverses.

$$2x^2 + 8x - 3k = 0 \text{ admet 2 solutions distinctes ssi } \Delta > 0$$

$$\Delta = 64 + 24k$$

Dressons un tableau de signes de Δ

-8/3		-8/3
-	0	+

on aura deux solutions ssi $k > -8/3$

Pour avoir deux solutions inverses, il faut que $P = 1$ d'où $-3k/2 = 1$
 $k = -2/3$

- 4) Combien aura-t-on de solutions si $m > 25/36$ dans l'équation $mx^2 + 5x + 9 = 0$. Expliquez votre raisonnement.

Pour déterminer le nombre de solutions, il faut étudier le signe de Δ

$$\Delta = 25 - 36m$$

25/36		25/36
+	0	-

Si $m > 25/36$, on n'a pas de solution

- 5) Un automobiliste parcourt 390 km à une certaine vitesse moyenne. Déterminer cette vitesse sachant que si avait été diminuée de 10 km/h, la durée du trajet aurait augmenté de 48 minutes. résolu en classe

exercice résolu en classe (voir travaux de synthèse)

- 6) Calculer la hauteur et la base d'un triangle sachant que son aire vaut 36 cm² et que la base vaut 1 cm de moins que la hauteur. Si le triangle est rectangle, calculer l'amplitude d'un de ses angles aigus.

$$b \text{ ? } h \text{ ? } \text{aire} = (b.h)/2$$

$$\text{aire} = 36 \text{ cm}^2 \quad b = h - 1$$

$$(b.h) / 2 = 36 \quad (1)$$

$$b = h - 1 \quad (2)$$

résolvons le système pour trouver h et b

on remplace b par h-1 dans l'équation (1) :

$$(h - 1).h = 72$$

$$h^2 - h - 72 = 0 \quad \text{on résout l'équation et on a } h = 9 \text{ et } h = -8 \text{ (à rejeter)}$$

$$(2) \text{ donne } b = 9 - 1 = 8$$

Le triangle a une hauteur de 9 cm et une base de 8 cm.

Si le triangle est rectangle, on calcule l'amplitude d'un angle aigu en utilisant la formule de tg , ce qui donne un angle de 48°

Correction du contrôle sur les équations du second degré (exploitation des acquis)

Série N°2

1) Résoudre $\frac{3-2x}{x-5} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{4x^2-23}{-2x^2+9x+5} = 0$

1° on factorise les dénominateurs

$$-2x^2 + 9x + 5 = -2(x + \frac{1}{2})(x - 5) = (-2x - 1)(x - 5) \text{ (par delta)}$$

2° on impose les conditions d'existence

$$x \neq 5 \text{ et } x \neq -1/2$$

3° on réduit au même dénominateur

$$\text{rem : } (-2x - 1) = -(2x + 1) !$$

$$(3 - 2x)(2x + 1) + (x - 1)(x - 5) + 4x^2 - 23 = 0$$

4° on résout l'équation

$$-4x^2 - 2x + 6x + 3 - x + 5 + x^2 - 5x - 23 + 4x^2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\text{par delta, on a : } x = -3 \text{ et } x = 5 \text{ (à rejeter vu C.E.)}$$

5° on note l'ensemble des solutions

$$S = \{-3\}$$

- 2) Rechercher une équation du second degré dont la somme des racines vaut $3a/2$ et dont le produit vaut $a^2/2$. Spécifier les valeurs des racines.

$$S = 3a/2 \quad P = a^2/2$$

une équation du second degré peut s'écrire $x^2 - Sx + P = 0$

$$\text{ici : } x^2 - 3a/2 + a^2/2 = 0 \text{ ou } 2x^2 - 3a + a^2 = 0$$

racines : $a/2$ et a

- 3) Rechercher une condition sur le réel k pour que l'équation $3x^2 - 10x + 2k = 0$ admette deux solutions distinctes. Trouver ensuite la valeur de k pour que ces solutions soient inverses

$$3x^2 - 10x + 2k = 0. \text{ admet 2 solutions distinctes ssi } \Delta > 0$$

$$\Delta = 100 - 24k$$

Dressons un tableau de signes de Δ

$$\text{racine : } 100/24 = 25/6 \quad \begin{array}{cc} & 25/6 \\ & + \quad 0 \quad - \end{array}$$

on aura deux solutions ssi $k < 25/6$

Pour avoir deux solutions inverses, il faut que $P = 1$ d'où

$$\begin{aligned} 2k/3 &= 1 \\ k &= 3/2 \end{aligned}$$

- 4) Combien aura-t-on de solutions si $m > 25/36$ dans l'équation $mx^2 + 5x + 9 = 0$. Expliquez votre raisonnement.

Pour déterminer le nombre de solutions, il faut étudier le signe de Δ

$$\Delta = 25 - 36m$$

$$\text{racine : } m = 25/36 \quad \begin{array}{cc} & 25/36 \\ & + \quad 0 \quad - \end{array}$$

Si $m > 25/36$, on n'a pas de solution

- 5) Un automobiliste parcourt 390 km à une certaine vitesse moyenne. Déterminer cette vitesse sachant que si avait été diminuée de 10 km/h, la durée du trajet aurait augmenté de 48 minutes. résolu en classe

exercice résolu en classe (voir travaux de synthèse)

- 6) Calculer la hauteur et la base d'un triangle sachant que son aire vaut 15 cm^2 et que la base vaut 1 cm de plus que la hauteur. Si le triangle est rectangle, calculer l'amplitude d'un de ses angles aigus.
résolu en classe

- 7) $b ? h ? \text{aire} = (b.h)/2$

$$\text{aire} = 15 \text{ cm}^2 \quad b = h + 1$$

$$(b.h)/2 = 15 \quad (1)$$

$$b = h + 1 \quad (2)$$

résolvons le système pour trouver h et b

on remplace b par h + 1 dans l'équation (1) :

$$(h + 1).h = 30$$

$$h^2 + h - 30 = 0 \quad \text{on résout l'équation et on a } h = 5 \text{ et } h = -6 \text{ (à rejeter)}$$

$$(2) \text{ donne } b = 5 + 1 = 6$$

Le triangle a une hauteur de 5 cm et une base de 6 cm.

Si le triangle est rectangle, on calcule l'amplitude d'un angle aigu en utilisant la formule de tg, ce qui donne un angle de 40°