

ANALYSE : PROBLEMES D'EXTREMA

ENONCES

1. Déterminer les dimensions d'un rectangle de périmètre donné et dont l'aire est maximum.
2. Calculer les dimensions d'un triangle rectangle d'aire donnée et dont l'hypoténuse est minimum.
3. Calculer l'aire minimum d'une boîte sans couvercle en forme de parallélépipède rectangle à base carrée dont le volume est donné.
4. Calculer le volume maximum d'un parallélépipède rectangle à base carrée dont l'aire totale est donnée.
5. Rechercher deux nombres positifs dont la somme vaut 20 et dont le produit du carré de l'un par le cube de l'autre est le plus grand possible.
6. Rechercher les dimensions d'un parallélépipède rectangle à base carrée dont la surface totale est minimum et dont le volume est donné.
7. Rechercher les dimensions d'un trapèze isocèle inscrit dans $\frac{1}{2}$ cercle de rayon 4 cm et dont l'aire est maximum.
8. Rechercher trois nombres dont la somme vaut 27, dont l'un vaut le double de l'autre et dont le produit des trois est maximum
9. Deux localités A et B sont situées du même côté d'une route rectiligne. Leurs distances respectives AC et BD à cette route sont 6 et 10 km, et la distance CD vaut 48 km. On veut relier ces deux villes par une ligne téléphonique mais en dirigeant d'abord cette ligne de A vers un point p de la route puis de P vers B. Où doit-on choisir la position du point P pour que la longueur de la ligne téléphonique soit minimum ?
10. Le coût de production de x tonnes de sucre par semaine vaut $10x^2 + 5000x + 25000$ frs.
Calculer le prix de vente à la tonne le plus bas permettant de couvrir tout juste les frais de production.
Ensuite, si le prix de vente est fixé à 8000 frs la tonne, quel niveau de production assure le revenu net maximum (revenu net = recette moins coût) en sachant que toute la production est écoulee.

11. Un fabricant d'appareils produit x exemplaires par semaine pour un coût total de $4x^2 + 300x + 10000$ frs. La demande hebdomadaire de cet appareil est donnée par $x = 100 - 2\sqrt{p}$, p étant le prix unitaire. Si le fabricant règle sa production sur la demande, quel est le niveau de production qui lui procurera un revenu net maximum ?
12. Une péniche consomme par heure un nombre de décilitres de carburant égal au cube de la vitesse exprimée en km/h. Le carburant coûte 0,75 € le litre. Les frais fixes s'élèvent à 5,12 € par heure. Quelle vitesse, la péniche doit-elle adopter pour rendre minimum le prix d'un voyage de 100 km ?
13. Un phare est situé à 4 km d'une plage rectiligne. Sur cette dernière se trouve un magasin distant de 4 km du point de la plage le plus proche du phare. Sachant que le gardien peut ramer à 4 km/h et marcher à 5 km/h, où doit-il accoster pour atteindre le magasin en un minimum de temps ?