©A.Vanlook

ANALYSE : LES ASYMPTOTES

Définitions

Asymptotes verticales

Une fonction f(x) admet une asymptote verticale d'équation x = a ssi

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

Asymptotes horizontales

Une fonction f(x) admet une asymptote horizontale d'équation y = b ssi

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$$

Asymptotes obliques

Une fonction f(x) admet une asymptote oblique d'équation y = ax + b ssi

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = a \quad \text{et} \quad \lim_{x \to \infty} (f(x) - ax) = b$$

Dans le cas des fractions rationnelles ou irrationnelles, il y a

A.H. ≡ y = b (≠ 0) si d° num = d° dén

A.H. ≡ y = 0 (axe OX) si d° num < d° dén

A.O. ≡ y = ax + b si d° num = d° dén + 1

S'il y a A.H. alors il n'y a pas d'A.O.

©A.Vanlook

Enoncés

Rechercher les équations des asymptotes éventuelles

$$f_1(x)=\frac{x^2}{x^2-4} \quad f_2(x)=\frac{x^3}{x^2-1} \quad f_3(x)=\frac{x^2-3x}{x+1} \quad f_4(x)=\frac{x^2-1}{x^3}$$

$$f_5(x)=\frac{2x^3}{(x-2)^2} \quad f_6(x)=3x^5-5x^3 \quad f_7(x)=\frac{1}{3}\sqrt{x^2-4} \quad f_8(x)=\frac{3}{2}\sqrt{9-x^2}$$

$$f_9(x)=\frac{3+x-2x^2}{(1+x)^2} \quad f_{10}(x)=\frac{-2x^2-x+3}{(x-1)^2} \quad f_{11}(x)=\sqrt{x^2-3x}+x \quad f_{12}(x)=\frac{x^4-1}{x+1}$$

$$f_{13}(x)=\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{-2x}}{x+2} \quad f_{14}(x)=\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{-2x}}{x+1} \quad f_{15}(x)=\sqrt{x^2-3}-x$$

$$f_{16}(x)=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \quad f_{17}(x)=\frac{x^4-1}{(x+1)^3} \quad f_{18}(x)=\frac{x^2+3x}{x^2+6x+9}$$

$$f_{19}(x)=\frac{x^3-8}{(x-2)^3} \quad f_{20}(x)=\frac{\sqrt{3+x}-x}{1-x} \quad f_{21}(x)=\frac{\sqrt{2-x}-x}{2x-1} \quad f_{22}(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x^2-2\sqrt{2}x+1}$$

Réponses

1. A.V. ≡ x = -2 et A.V. ≡ x = 2
   A.H. ≡ y = 1

2. A.V. ≡ x = -1 et A.V. ≡ x = 1
   A.O. ≡ y = x

3. A.V. ≡ x = -1
   A.O. ≡ y = x – 4

4. A.V. ≡ x = 0
   A.H. ≡ y = 0

5. A.V. ≡ x = 2
   A.O. ≡ y = 2x + 8

6. pas d’asymptote

7. A.V. ≡ x = -1
   A.O. ≡ y = -1/3 x et A.O. ≡ y = 1/3 x

8. pas d’asymp. car D = [-3,3]
9. A.V. ≡ x = -1
   A.H. ≡ y = -2

10. A.V. ≡ x = 1
    A.H. ≡ y = -2

11. A.H. ≡ y = 3/2 en -∞
    A.O. ≡ y = 2x – 3/2 en +∞

12. pas d’asymptote

13. A.H. ≡ y = 0 en - ∞

14. A.V. ≡ x = -1
    A.H. ≡ y = 0 en - ∞

15. A.H. ≡ y = 0 en + ∞

16. A.H. ≡ y = 0 en + ∞

©A.Vanlook

17. A.V. $\equiv$ x = -1
    A.O. $\equiv$ y = x – 3

18. A.V. $\equiv$ x = -3
    A.H. $\equiv$ y = 1

19. A.V. $\equiv$ x = 2
    A.H. $\equiv$ y = 1

20. A.V. $\equiv$ x = 1
    A.H. $\equiv$ y = -1

21. A.V. $\equiv$ x = 1/2
    A.H. $\equiv$ y = -1/2

22. A.V. $\equiv$ x = $\sqrt{2}+1$-3
    A.H. $\equiv$ y = 0 en + ∞