

ALGEBRE : Puissances et radicaux

Exercices récapitulatifs (niveau 4^{ème})

Prérequis : *produits remarquables, résolution d'inéquations
étudier la feuille récapitulative*

(voir aussi QCM sur la racine carrée)

ENONCES

1. Sans machine, donner la valeur de

$$\sqrt{144} \quad ; \quad \sqrt{0,0064} \quad ; \quad \sqrt{\frac{-25}{-169}} \quad ; \quad \sqrt{36000000} \quad ; \quad \sqrt{-4}$$

2. Calculer

$$(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^3 =$$

3. Simplifier les radicaux

$$\sqrt{300} \quad ; \quad \sqrt{86436} \quad ; \quad \sqrt{7^{42}} \quad ; \quad \sqrt{a^5 b^6 c^4} \quad ; \quad \sqrt{\frac{a^6 b c^7}{16 a^8 b^2 c^5}} \quad ; \quad \sqrt[5]{a^{13} b^6 c^{11} d^5}$$

4. Donner les conditions d'existence

$$\sqrt{8 - \frac{3}{5}x} \quad ; \quad \sqrt{25x^2 - 4} \quad ; \quad \sqrt{4x^2 + 1} \quad ; \quad \sqrt{\frac{3x+2}{-4x}} \quad ; \quad \sqrt{x^2 + 3x + 2}$$
$$\sqrt{\frac{2-x}{x^2-16}} \quad ; \quad \frac{\sqrt{5-x}}{x-1} \quad ; \quad \frac{\sqrt{x^2-9}}{\sqrt{7-x}} \quad ; \quad \frac{\sqrt{-x^2+16}}{5x\sqrt{x}}$$

5. Rendre rationnel

$$\frac{5}{3\sqrt{5}-\sqrt{7}} \quad ; \quad \frac{2}{\sqrt[3]{5}-2}$$

6. Résoudre les équations

$$x^2 = 225 \quad ; \quad 9x^2 - 7 = 0 \quad ; \quad 2x^2 + 11 = 0 \quad ; \quad (2x + 1)^3 - 3(4x^2 + 2x - 5) = 0$$

7. Dans quel cas peut-on écrire :

$$(\sqrt{x^2 + 10})^2 = x^2 + 10$$

$$\sqrt{(-x - 2)^2} = x + 2$$

$$\sqrt{(4 - x^2)^2} = x^2 - 4$$

$$\sqrt{(3x - 1)^2} = |3x - 1|$$

8. a , b et c étant non nuls, quelles conditions faut-il imposer à a et b dans les cas suivants :

$$\sqrt{a^2.b.c^2}$$

$$\sqrt{a^2b^2c} = -ab\sqrt{c}$$

9. Calculer $\frac{a^3a^4(a^5)^2}{a^3} =$

10. Ecrire sous forme de puissance à exposant positif et calculer

$$5^{-2} = ; \frac{5}{(-3)^{-3}} =$$

11. Ecrire sous forme de radicaux et simplifier : $a^{\frac{8}{5}} = ; a^{\frac{9}{21}}$

12. Ecrire sous forme de puissance : $\sqrt[4]{a^9}$

13. Simplifier les radicaux $\sqrt[6]{\sqrt[5]{x}} ; \sqrt[10]{\sqrt[3]{x^5}}$

14. Imposer les conditions d'existence puis rendre rationnel $\frac{5}{2\sqrt{3x} - \sqrt{5x-3}}$

15. Exprimer x en fonction de y : $y = \frac{4x^5 - 1}{7} : y = \sqrt[3]{2x^2 + 1} - 2$

SOLUTIONS

1. 12 ; 0,08 ; 5/13 ; 6000 ; n'est pas défini

2.

$$5\sqrt{5} - 30\sqrt{3} + 36\sqrt{5} - 24\sqrt{3} = 41\sqrt{5} - 54\sqrt{3}$$

3. $10\sqrt{3}$; $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^4} = 294$; 7^{21} ; $a^2b^3c^2\sqrt{a}$; $\frac{c}{4a}\sqrt{\frac{1}{b}}$ ou $\frac{c\sqrt{b}}{4ab}$; $a^2bc^2d^5\sqrt{a^3bc}$

4.

$$x \in \left] -\infty, \frac{40}{3} \right]$$

$$x \in \left] -\infty, -\frac{2}{5} \right] \cup \left[\frac{2}{5}, +\infty \right[$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$x \in \left[\frac{-2}{3}, 0 \right[$$

$$x \in]-\infty, -2] \cup [-1, +\infty[$$

$$x \in]-\infty, -4[\cup [2, 4[$$

$$x \in]-\infty, 1[\cup]1, 5]$$

$$x \in]-\infty, -3] \cup [3, 7[$$

$$x \in]0, 4]$$

5. $\frac{5(3\sqrt{5} + \sqrt{7})}{38}$; $\frac{2(\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} - 4)}{-3}$

6. $x = \pm 15$; $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$; pas de sol ; $x = \sqrt[3]{-2}$

7.

$$x \in \mathbb{R}$$

$$-x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq -2 \Leftrightarrow x \in [-2, +\infty[$$

$$4 - x^2 \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$$

$$x \in \mathbb{R}$$

8. $b > 0$

$c > 0$ et a et b de signes opposés

9. a^{14}

10. $1/25$; -135

$$11. a^5 \sqrt{a^3} ; \frac{1}{\sqrt[3]{a^3}}$$

12. $a^{9/11}$

$$13. \sqrt[30]{x} ; \sqrt[5]{x}$$

$$14. CE : \begin{cases} 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \\ 5x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3/5 \\ 2\sqrt{3x} - \sqrt{5x-3} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{-3}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x \in [3/5, +\infty[$$
$$\frac{10\sqrt{3x} + 5\sqrt{5x-3}}{7x+3}$$

$$15. x = \sqrt[5]{\frac{7y+1}{4}} ; x = \pm \sqrt{\frac{(y+2)^3-1}{2}} = \pm \sqrt{\frac{y^3+6y^2+12y+7}{2}}$$