

Réponses des exercices de préparation pour le contrôle sur les puissances et radicaux

1. Calculer $\frac{a^3 a^4 (a^5)^2}{a^2} = \frac{a^{17}}{a^2} = a^{15}$

2. Ecrire sous forme de puissance à exposant positif et calculer

$$8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64} \quad \frac{4}{(-3)^{-3}} = 4 \cdot (-3)^3 = -108$$

3. Ecrire sous forme de radicaux et simplifier :

$$a^{\frac{9}{5}} = \sqrt[5]{a^9} = a^5 \sqrt[5]{a^4} \quad a^{-\frac{8}{21}} = \frac{1}{a^{\frac{8}{21}}} = \frac{1}{\sqrt[21]{a^8}} = \frac{1}{a^2 \sqrt[8]{a^5}}$$

4. Ecrire sous forme de puissance : $\sqrt[13]{a^9} \sqrt[5]{a} = a^{\frac{9}{13}} a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{58}{65}}$

5. Simplifier les radicaux $\sqrt[6]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[30]{x}$; $\sqrt[10]{\sqrt[3]{x^5}} = \sqrt[6]{x}$; $\sqrt[4]{a^7 b^4 c^8} = abc^2 \sqrt[4]{a^3}$

6. Rendre rationnel

$$\frac{4}{2\sqrt{3x} + \sqrt{5x-3}} = \frac{4(2\sqrt{3x} - \sqrt{5x-3})}{(2\sqrt{3x} + \sqrt{5x-3})(2\sqrt{3x} - \sqrt{5x-3})} = \frac{4(2\sqrt{3x} - \sqrt{5x-3})}{12x - (5x-3)}$$

$$= \frac{4(2\sqrt{3x} - \sqrt{5x-3})}{7x+3} \text{ ou } \frac{8\sqrt{3x} - 4\sqrt{5x-3}}{7x+3}$$

7. Exprimer x en fonction de y : $y : y = \frac{6x^5 - 1}{9}$

$$y = \frac{6x^5 - 1}{9}$$

$$9y = 6x^5 - 1$$

$$9y + 1 = 6x^5$$

$$\frac{9y+1}{6} = x^5$$

$$x = \sqrt[5]{\frac{9y+1}{6}}$$

8. Imposer les conditions d'existence

$$\sqrt{-5x+3}$$

$$C.E. : -5x+3 \geq 0$$

$$x \leq \frac{3}{5}$$

$$x \in]-\infty, \frac{3}{5}]$$

$$\sqrt{x^2-9}$$

$$C.E. : x^2-9 \geq 0$$

$$x^2 - 9 \geq 0 \quad x \leq -3 \quad \text{ou} \quad x \geq 3$$

$$x^2 - 9 \geq 0 \quad + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$$

$$x \in]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$$

$$\sqrt{x^2+4}$$

$$C.E. : x^2+4 \geq 0$$

toujours vrai

$$x \in \mathbb{R}$$

$$x^2+4 \geq 0 \quad +$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{-x^2+3x-2}$$

$$C.E. : -x^2+3x-2 \geq 0$$

$$-x^2 + 3x - 2 \geq 0 \quad -2 \quad -1$$

$$-x^2 + 3x - 2 \geq 0 \quad - \quad 0 \quad + \quad 0 \quad -$$

$$x \in [-2, -1]$$

9. Simplifier en discutant les différents cas possibles :

$$\sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } 2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \\ -2x+1 & \text{si } 2x-1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

10. Pour quelles valeurs de x a-t-on cette égalité : $\sqrt{(5-6x)^2} = 6x-5$

On a l'égalité si $5-6x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{6}$ ou $x \in]-\infty, \frac{5}{6}]$
