

ALGEBRE : la factorisation

Exercices récapitulatifs (niveau 4^{ème})

Ce que je dois savoir pour bien factoriser !!!

J'établis mon raisonnement selon les étapes suivantes :

1) y a-t-il des **facteurs communs** ?

si oui, je fais une **mise en évidence**

y a-t-il des parenthèses « qui se ressemblent ? » : des opposées

si oui, je les rends identiques (bien regarder si les exposants sont pairs ou impairs) et puis je fais une mise en évidence

2) peut-être y a-t-il des **produits remarquables**

2 termes	$a^2 - b^2$	$= (a - b)(a + b)$
	$a^3 - b^3$	$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
	$a^3 + b^3$	$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
3 termes	$a^2 + 2ab + b^2$	$= (a + b)^2$
	$a^2 - 2ab + b^2$	$= (a - b)^2$
4 termes	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$= (a + b)^3$
	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$= (a - b)^3$

3) peut-on effectuer des **groupements** pour ensuite, faire **une mise en évidence**

4) polynôme du **2^{ème}** degré : méthode **delta**

5) essayer **Horner** (méthode des diviseurs binômes)

Notions préparatoires :

voir fiche autocorrective « factorisation » dans « site privé »

Exercices : voir pages suivantes de ce fichier

Première série

$$\begin{aligned}
 &7x(5-x)^4(x-1) + 7(x-5)^3(1-x) = \\
 &x^2(x-1)^6(3-x)^4 - x^3(1-x)^4(x-3)^2 = \\
 &121(2x+5)^2 - 169(3x-1)^2 = \\
 &125(x-1)^3 + 8 = \\
 &3x^5 - 2x^3 - 14x^2 + 13 = \\
 &8x^3 + 1 + 12x^2 + 6x = \\
 &3x^2 + 5x - 2 = \\
 &9x^2 - 6x + 1 = \\
 &4x^2 + x + 5 =
 \end{aligned}$$

Solutions de la première série

Mise en évidence (! signes)

$$7(x-5)^3(x-1)(x^2-5x-1)$$

Mise en évidence (! signes)

$$X^2(x-1)^4(3-x)^2(x^4-8x^3+22x^2-25x+9)$$

Produit remarquable $a^2 - b^2$

$$(61x+42)(-17x+68)$$

Produit remarquable $a^3 + b^3$

$$(5x-3)(25x^2-60x+39)$$

Grille de Horner (! compléter le polynôme)

$$(x-1)(3x^4+3x^3+x^2-13x-13)$$

Produit remarquable $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$(2x+1)^3$$

Méthode delta

$$(3x-1)(x+2)$$

Méthode delta ou produit remarquable $a^2 - 2ab + b^2$

$$(3x-1)^2$$

Méthode delta

delta < 0 d'où pas de factorisation

Deuxième série

$$\begin{aligned}
 125(x+1)^3 - 8 &= \\
 8x^2(5-x)^4(x-1) - 7x^2(x-5)^5(1-x) &= \\
 3x^2 - x + 5 &= \\
 64(2x-5)^2 - (3x-1)^6 &= \\
 9x^4 + 6x^2 + 1 &= \\
 -3x^5 + 2x^3 + 14x^2 - 13 &= \\
 8x^3 - 1 - 12x^2 + 6x &= \\
 6x^2 + 13x - 5 &= \\
 x^2(x-1)^5(3-x) - x^3(1-x)^4(x-3)^3 &=
 \end{aligned}$$

Solutions de la deuxième série

Produit remarquable $a^3 - b^3$

$$(5x + 3) (25x^2 + 60x + 39)$$

Mise en évidence (! signes)

$$x^2(5-x)^4(x-1)(7x-27)$$

Méthode delta

delta < 0 d'où pas de factorisation

Produit remarquable $a^2 - b^2$

$$(27x^3 - 27x^2 + 25x - 41) (-27x^3 + 27x^2 + 7x - 39)$$

Méthode delta ou produit remarquable $a^2 + 2ab + b^2$

$$(3x^2 + 1)^2$$

Grille de Horner (! compléter le polynôme)

$$(x-1) (-3x^4 - 3x^3 - x^2 + 13x + 13)$$

Produit remarquable $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$(2x-1)^3$$

Méthode delta

$$(3x-1)(2x+5)$$

Mise en évidence (! signes)

$$x^2(x-1)^4(x-3)(-x^3+6x^2-10x+1)$$

Exercices supplémentaires

Fais les exercices sur feuille, compare ensuite avec les solutions ci-dessous.
Si tu n'as pas la bonne réponse, regarde les suggestions à la fin de la page et réessaie.

Enoncés

- 1) $4x(x-3)^4(x-2) - 3(3-x)(2-x)^2 =$
- 2) $100(1-2x)^2 - 81x^2 =$
- 3) $8x^3 - 50x + 12x^2 - 75 =$
- 4) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 =$
- 5) $2x^3 - 9x^2 + 3x + 4 =$
- 6) $27x^6 + 8 =$

Solutions

- 1) $(x-3)(x-2)(4x^4 - 36x^3 + 108x^2 - 105x - 6)$
- 2) $(10-11x)(10-29x)$
- 3) $(2x-5)(2x+5)(2x+3)$
- 4) $(x-3)^3$
- 5) $(x-1)(2x+1)(x-4)$
- 6) $(3x^2+2)(9x^4-6x^2+4)$

Suggestions

- 1) **attention aux signes !**
 $(x-3)^4 = (3-x)^4$; $(2-x)^2 = (x-2)^2$; $(x-2) = -(2-x)$; $(3-x) = -(x-3)$
après mise en évidence, calcule correctement le produit remarquable $(a-b)^3$
- 2) applique $a^2 - b^2$
- 3) **groupe** les termes par 2 et fais une **mise en évidence**. Ensuite, tu as aussi $a^2 - b^2$
- 4) c'est $(a-b)^3$
- 5) applique **Horner** puis méthode **delta**
- 6) c'est $a^3 + b^3$

Encore des exercices récapitulatifs !

Enoncés

1) $5a^4b^6c - 4ab^3c^4 + 8a^2bc =$

2) $(1+x)^6 - 3x(x+1)^4 =$

3) $3(x^2-3)(x-5) + 3x^2(5-x) =$

4) $3x(x-4)^5(2x-5)^5 + 5(4-x)^4(5-2x)^7 =$

5) $(x-1)(x^2+10x+25) + (1-x)(x-7)^2 =$

6) $25(x-1)^2 - 16(3x-4)^2 =$

7) $4x(5x+7)^2 - x^3(x^2-6x+9) =$

8) $8(x-1)^3-1 =$

9) $\frac{8}{27}x^3 - 125 - \frac{20}{3}x^2 + 50x =$

10) $-x^3 - x^2 - 7x + 9 =$

11) $8x^2 + 37x - 15 =$

12) $12x^2 + 25x - 7 =$

13) $3x^2 + 5x + 7 =$

14) $-4x^2 + 20x - 25 =$

15) $6x^3 - x^2 - 11x + 6 =$

Réponses

1) $abc(5a^3b^5 - 4b^2c^3 + 8a)$

2) $(x+1)^4(x^2-x+1)$

3) $-9(x-5) = -9x + 45$

4) $(x-4)^4(2x-5)^5(-17x^2+88x-125)$

5) $(x-1)(24x-24) = 24(x-1)^2$

6) $(-7x+11)(17x-21)$

7) $x(x^2 + 7x + 14)(-x^2 + 13x + 14)$

8) $(2x - 3)(4x^2 - 6x + 3)$

9) $(\frac{2}{3}x - 5)^3$

10) $(x - 1)(-x^2 - 2x - 9)$

11) $8(x - \frac{3}{8})(x + 5) = (8x - 3)(x + 5)$

12) $12(x - \frac{1}{4})(x + \frac{7}{3}) = (4x - 1)(3x + 7)$

13) pas factorisable

14) $-(2x - 5)^2$

15) $(x - 1)(6x^2 + 5x - 6) = (x - 1)6(x - \frac{2}{3})(x + \frac{3}{2}) = (x - 1)(3x - 2)(2x + 3)$