ALGEBRE : le second degré

Applications

1. Trouver 3 nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés vaut 50

Inconnues : les trois nombres : x ; x+1 ; x+2
mise en équation : $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 50$
résolution de l'équation :
$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 50$
$3x^2 + 6x - 45 = 0$
$x^2 + 2x - 15 = 0$
$x = 3$ ou $x = -5$
conclusion :
les trois nombres sont : 3 ; 4 ; 5 ou -5 ; -4 ; -3

2. La moitié du carré d'un nombre égale ce nombre augmenté de 12. Trouver un tel nombre.

Inconnue : le nombre : x
mise en équation : $\frac{x^2}{2} = x + 12$
résolution de l'équation :
$\frac{x^2}{2} = x + 12$
$x^2 - 2x - 24 = 0$
$x = -4$ ou $x = 6$
conclusion :
le nombre cherché est -4 ou 6

3. Trouver les dimensions d'un rectangle d'aire 0,26 ares et de périmètre 21m.

Rem : aire = 0,26 a = 26 m²
Inconnues : longueur = x
largeur : ?
pm = 21 d'où largeur = $\frac{pm - 2x}{2} = \frac{21 - 2x}{2}$
mise en équation : $x.\frac{21 - 2x}{2} = 26$
résolution de l'équation :
$x.\frac{21 - 2x}{2} = 26$
$-2x^2 + 21x - 52 = 0$
$x = 4$ ou $6{,}5$
conclusion :
Les dimensions du rectangle sont : longueur = 6,5 m et largeur = 4 m

4. Pour descendre une côte de 15 km, un automobiliste fait une vitesse moyenne qui dépasse de 20 km/h celle qu'il réalise en montée. Sachant qu'il fait une montée et une descente en 56 minutes, déterminer les vitesses de montée et de descente.

Analyse de l'énoncé :

	distance(e)	temps(t)	vitesse(v)	formules (e = vt)
descente :	15 km	t_d	v_d	$15 = v_d \cdot t_d$ ou $t_d = \frac{15}{v_d}$
montée	15 km	t_m	**$v_m = v_d - 20$**	$15 = v_m \cdot t_m$ ou $t_m = \frac{15}{v_m}$
descente + montée	30 km	$t_d + t_m$ =56 min = 14/15 h	v	$30 = v \cdot (t_d + t_m)$ $30 = v \cdot 14/15$

$$\frac{14}{15} = t_d + t_m = \frac{15}{v_d} + \frac{15}{v_m} = \frac{15}{v_d} + \frac{15}{v_d - 20}$$

Inconnues : la vitesse de descente v_d notée « x »
la vitesse de montée $v_m = x - 20$

mise en équation : $\frac{14}{15} = \frac{15}{x} + \frac{15}{x-20}$

résolution de l'équation :

$$\frac{14}{15} = \frac{15}{x} + \frac{15}{x-20}$$

$$\frac{14x(x-20)}{15x(x-20)} = \frac{15.15(x-20)+15.15x}{15x(x-20)}$$

$14x(x – 20) = 225(x-20)+225x$

$14x^2 - 730x + 4500 = 0$

$x = 45$ ou $25/7$

conclusion :

Si la vitesse de descente vaut 45 km/h alors la vitesse de montée vaut 25 km/h

Si la vitesse de descente vaut 25/7 km/h alors la vitesse de montée est négative d'où 25/7 est à rejeter

Remarque

la vitesse moyenne sur une descente et une montée se calcule par

$$v = \frac{30}{\frac{14}{15}} = \frac{450}{14} km/h = 38{,}57 km/h$$

la moyenne des vitesses de montée et de descente se calcule par

$$\frac{45+25}{2} = 35 km/h$$

attention : les deux vitesses calculées ne sont pas équivalentes !

5. En 1980, une personne achète un terrain rectangulaire qu'elle désire clôturer. La longueur vaut une fois et demi la largeur. Sachant que le mètre carré revenait à 500 frs et 1 m de clôture à 100 frs, elle déboursé 690.000 frs. Calculer les dimensions du terrain .

Inconnues : largeur = x
longueur = 1,5 x
Analyse de l'énoncé :
aire = 1,5 x²
prix du terrain = 500 . 1,5x² = 750 x²
pm = 5x
prix de la clôture = 100 . 5x = 500x
prix total = prix du terrain + prix clôture
mise en équation : 690.000 = 750x² + 500 x
résolution de l'équation :
750x² + 500 x – 690.000 = 0
x = 30 ou x = - … à rejeter
conclusion :
Le terrain a 30 m de large et 45 m de long

6. Un jardin rectangulaire a pour dimensions 10 m et 15 m. On y trace des allées de largeurs égales : une en fait le tour à l'intérieur tandis que les deux autres divisent le jardin en 4 parties cultivables identiques.
Quelle doit être la largeur des allées si on veut disposer d'une surface utile de 104 m² ?

Inconnue : largeur d'une allée = x
Analyse de l'énoncé :
longueur dune partie cultivable : (15 – 3x)/2
largeur d'une partie cultivable : (10 – 3x)/2
aire d'une partie cultivable = 104 m² : 4 = 26 m²
mise en équation $\frac{15-3x}{2}.\frac{10-3x}{2}=26$
résolution de l'équation :
$$\frac{15-3x}{2}.\frac{10-3x}{2}=26$$
9x² - 75x + 46 = 0
x = 138/18 = 7.66… (à rejeter) ou x = 0.66…m
conclusion :
Les allées ont une largeur de 0,66…m (2/3 m)

7. Si on augmente la dimension d'un côté d'un carré de 2cm sur 3 cm, on obtiendra un rectangle d'aire 56 cm². Quel est le côté du carré ?

Inconnue : le côté du carré = x
mise en équation aire du rectangle = (x + 2)(x + 3) = 56
résolution de l'équation :
(x + 2)(x + 3) = 56
$x^2 + 5x - 50 = 0$
x = 5 ou x = -10 (à rejeter)
conclusion :
Le carré initial a 5 cm de côté

**8. Un fleuriste a acheté un certain nombre de plantes identiques pour une somme de 81€. Il revend chaque plante 1,20€ plus cher qu'il ne l'a achetée. Malheureusement, 5 plantes ont péri et sont invendables.
Malgré cela, le fleuriste réalise un bénéfice de 39€.
Combien de plantes a-t-il achetées ?**

Inconnue : le nombre de plantes achetées = x
Analyse de l'énoncé :

prix d'achat d'une plante : $\frac{81}{x}$ €

nombre de plantes vendues = x – 5

prix de vente total = $(x-5).(\frac{81}{x}+1,20)$

mise en équation
Bénéfice = prix de vente total – prix d'achat total

$$39=(x-5).(\frac{81}{x}+1,20)-81$$

résolution de l'équation :

$$39=(x-5).(\frac{81}{x}+1,20)-81$$

$$-\frac{405}{x}+1,20x-45=0$$

$$1,20x^2-45x-405=0$$

x = 90 ou x = - … (à rejeter)
conclusion :
Le fleuriste avait acheté 90 plantes.